

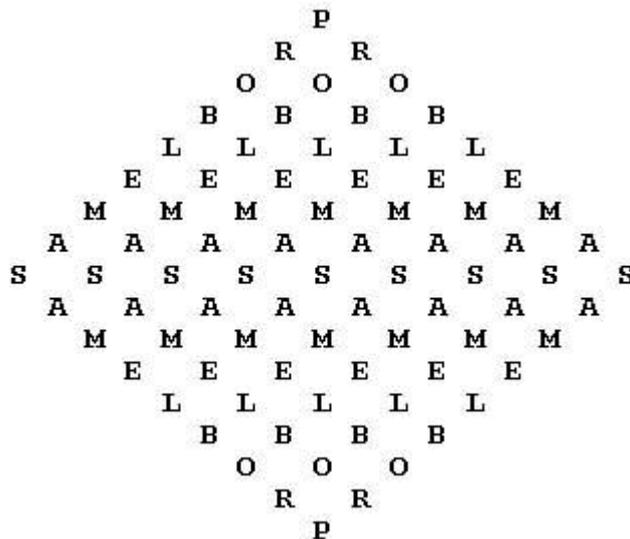
Sacar partido de la simetría

Descripción

Sacar partido de la simetría consiste en aprovechar la simetría de ciertas situaciones, figuras o expresiones para descomponer el problema en otros más sencillos o para poner de manifiesto alguna regularidad.

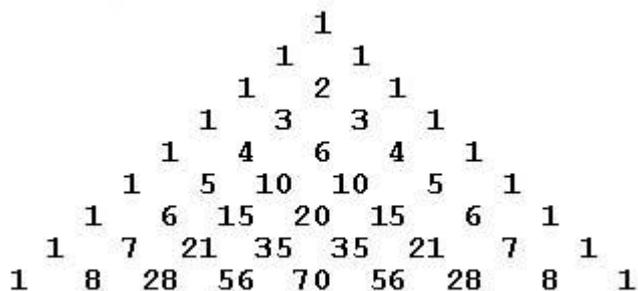
Ejemplo

¿Cuántos caminos se pueden seguir para formar la palabra "problema"?



Solución

Como el rombo de letras tiene simetría horizontal, se puede considerar sólo la mitad superior y contar cuántas veces se puede formar la palabra PROBLEMAS partiendo de la P de arriba. Está claro que todas las palabras tienen que empezar por la P superior, por tanto ponemos un 1 en el lugar de esta P; de la P se puede ir a la R de la izquierda o a la de la derecha, en las que ponemos un 1 porque sólo hay una manera de formar PR que termine en cada una de ellas; desde estas R se puede ir a la O de los extremos de una sola forma posible, y a la O de en medio desde cada una de las dos R, por lo tanto ponemos un 1 en las O de los extremos y un 2 en la O de en medio; y así, sucesivamente.



Se puede formar la palabra PROBLEMAS de tantas formas como indica la fila de abajo:

$$1 + 8 + 28 + 56 + 70 + 56 + 28 + 8 + 1 = 256$$

Pero, como sólo hemos considerado la mitad del rombo, tenemos otras tantas veces la palabra PROBLEMAS empezando por la P de abajo:

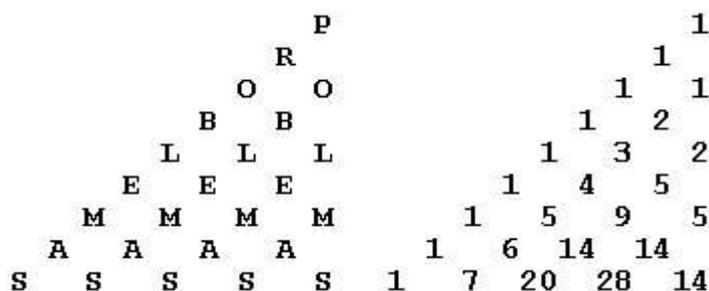
$$256 \times 2 = 512$$

Observaciones

Sin necesidad de hablarle a los alumnos y alumnas del triángulo de Pascal, se les puede sugerir que intenten codificar los caminos posibles, puesto que señalarlos con el lápiz lleva a un caos de líneas y a la confusión total.

Por otra parte, es evidente que el resultado es igual a 2^9 , es decir, 2 elevado al número de letras de la palabra.

Una vez vista la aplicación de la simetría, siempre hay algún alumno que intenta volver a aplicarla y se queda con la cuarta parte del rombo. Esa estrategia no es recomendable puesto que, según sea la palabra, habrá una línea de letras que no constituyen en realidad ningún eje de simetría y se pierden soluciones.



$$1 + 7 + 20 + 28 + 14 = 70$$

$$70 \times 4 = 280$$