CLASE Nº 3

El **Conjunto de los Números Irracionales Q***, está formado por todos los números decimales que **NO** se pueden escribir en la forma $\frac{a}{b}$, donde **a** y **b** son números enteros, y b distinto de cero.

Observación:

1) π = 3,14... es un número irracional.

2) **e** = 2,718,,, es un número irracional.

3) Las raíces $\sqrt{2}$ (=) 1,41... ; $\sqrt{3}$ (=) 1,73... ; $\sqrt{5}$ (=) 2,23...; etc., son números irracionales.

Observación Importante:

($\sqrt{4}=2$; $\sqrt{9}=3$, $\sqrt[3]{8}=2$, $1+\sqrt{25}=6$, ...

no son números irracionales)

Por lo tanto:

El Conjunto de los números Irracionales Q*
NO tiene elementos comunes con los
conjuntos IN, IN_0, $\mathbb{Z}$ y Q.

Actividad Nº 1: Completa las siguientes igualdades:

a) $IN \cap Q^* =$ **b)** $IN_0 \cap Q^* =$ **c)** $\mathbb{Z} \cap Q^* =$ **d)** $Q \cap Q^* =$

MÉTODO PARA DESCOMPONER RAÍCES CUADRADAS A LA FORMA $a.\sqrt{b}$

Ejemplo: a) $\sqrt{72} =$

72 : 2		
36 : 2	4	
18 : 2		
9 : 3		36
3 : 3	9	
1		

* **Se divide reiteradamente por factores primos hasta obtener 1.**
* **Se agrupan parejas de números iguales y se multiplican.**
* **Se multiplican los resultados obtenidos, formando un número que tiene raíz cuadrada.**
* **Los números sobrantes se multiplican (cuando corresponde)**

* **El número queda expresado como un producto de dos factores, donde el primero de ellos tiene raíz cuadrada y el otro, es el número sobrante o el producto de los números sobrantes.**

$$\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

Actividad 2: **Descomponer a la forma $a.\sqrt{b}$**

a) $\sqrt{75} =$ **b)** $\sqrt{208} =$

c) $\sqrt{48} =$ **d)** $\sqrt{300} =$

e) $\sqrt{150} =$ **f)** $\sqrt{52} =$

Actividad 3: **Reducir las siguientes expresiones:**

a) $\sqrt{12} + \sqrt{75} - \sqrt{27} =$

b) $\sqrt{8} + \sqrt{32} + \sqrt{162} =$

c) $\sqrt{150} - \sqrt{216} =$

d) $2.\sqrt{288} - 3.\sqrt{94} =$

****

CÁLCULO APROXIMADO DE RAÍCES CUADRADAS

Teniendo en cuenta los valores aproximados de las raíces:

$\sqrt{2}$ (=) 1,41 $\quad\sqrt{3}$ (=) 1,73 $\quad\sqrt{5}$ (=) 2,23 $\quad\sqrt{7}$ (=) 2,64

podemos determinar el valor de otras raíces.

Ejemplos:

a) $\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2 \times \sqrt{2} = 2 \times (1{,}41) = 2{,}82$.-

b) $\sqrt{500} = \sqrt{100 \times 5} = 10 \times \sqrt{5} = 10 \times (2{,}23) = 22{,}3$.-

c) $\sqrt{70} = \sqrt{2 \times 5 \times 7} = \sqrt{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{7} = (1{,}41) \times (2{,}23) \times (2{,}64) = 8{,}30$.-

d) $\sqrt{216} = \sqrt{36 \times 6} = \sqrt{36} \times \sqrt{6} = 6 \times \sqrt{6} = 6 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} = 6 \times (1{,}41) \times (1{,}73) = 14{,}63$.-

----

Actividad 4: Determine aproximadamente el valor de las raíces:

a) $\sqrt{20} =$ $\qquad$ b) $\sqrt{75} =$

c) $\sqrt{63} =$ $\qquad$ d) $\sqrt{700} =$

****

Actividad 5: ¿Cuál(es) de la(s) siguiente(s) afirmacion(es) es(son) Verdadera(s)?

I.) $\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5}$ $\qquad$ II.) $\sqrt{7} - \sqrt{5} = \sqrt{2}$

III.) $\sqrt{12} > \sqrt{2} + \sqrt{3}$ $\qquad$ IV.) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} < \sqrt{5}$

****

RACIONALIZACION

Racionalizar una expresión fraccionaria, cuyo denominador es irracional, significa transformarla en otra expresión equivalente, cuyo denominador es una cantidad entera.-

Caso 1: **Racionalizar expresiones de la forma** $\dfrac{a}{b.\sqrt{c}}$

Para racionalizar expresiones de esta forma se amplifica la fracción por $\sqrt{c}$.

Ejemplo: **Racionalizar**

a) $\dfrac{2}{3.\sqrt{5}} = \dfrac{2 \times \sqrt{5}}{3.\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \dfrac{2.\sqrt{5}}{3.\sqrt{25}} = \dfrac{2.\sqrt{5}}{15}$

b) $\dfrac{12}{\sqrt{3}} = \dfrac{12 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \dfrac{12.\sqrt{3}}{\sqrt{9}} = \dfrac{12.\sqrt{3}}{3} = 4.\sqrt{3}$

Actividad 6: Racionalizar las siguientes expresiones:

a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

b) $\frac{3}{2\sqrt{5}}$

c) $\frac{10}{\sqrt{2}}$

d) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

Caso 2: Racionalizar expresiones de la forma $\frac{a}{\sqrt{b} \pm \sqrt{c}}$

Para racionalizar expresiones de esta forma se amplifica la fracción por $\sqrt{b} \mp \sqrt{c}$

Ejemplo: Racionalizar

a) $$\frac{20}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} = \frac{20}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} = \frac{20 \times (\sqrt{7}-\sqrt{5})}{\sqrt{49}-\sqrt{25}} = \frac{20 \times (\sqrt{7}-\sqrt{5})}{7-5} = \frac{20 \times (\sqrt{7}-\sqrt{5})}{2}$$
$$= 10.(\sqrt{7}-\sqrt{5})$$

b) $$\frac{15}{\sqrt{8}-\sqrt{3}} = \frac{15}{\sqrt{8}-\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{8}+\sqrt{3}}{\sqrt{8}+\sqrt{3}} = \frac{15 \times (\sqrt{8}+\sqrt{3})}{\sqrt{64}-\sqrt{9}} = \frac{15 \times (\sqrt{8}+\sqrt{3})}{8-3} = \frac{15 \times (\sqrt{8}+\sqrt{3})}{5}$$
$$= 3.(\sqrt{8}+\sqrt{3})$$

Actividad 7: Racionalizar las siguientes expresiones:

a) $\frac{10}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}$

b) $\frac{19}{5\sqrt{2}-4\sqrt{3}}$

c) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}}$

d) $\frac{5+2\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}}$

Caso 3: Racionalizar expresiones de la forma $\frac{a}{\sqrt{b} \pm \sqrt{c} \pm \sqrt{d}}$

Para racionalizar expresiones de esta forma se agrupan los dos primeros términos del denominador en paréntesis, y luego se aplica el método del caso 2 y del caso 1, cuando corresponda.

Ejemplo: Racionalizar

$$\frac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}} = \frac{3}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{5}} \times \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})+\sqrt{5}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})+\sqrt{5}} = \frac{3 \times [(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{5}]}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-\sqrt{25}}$$

$$= \frac{3 \times [(\sqrt{2}+\sqrt{3}) - \sqrt{5}]}{2+2\sqrt{6}+3-5} = \frac{3 \times [(\sqrt{2}+\sqrt{3}) - \sqrt{5}]}{2\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$$

$$= \frac{3 \times [\sqrt{12}+\sqrt{18}-\sqrt{30}]}{2.\sqrt{36}} = \frac{3x[2.\sqrt{3}+3.\sqrt{2}-\sqrt{30}]}{12} = \frac{2.\sqrt{3}+3.\sqrt{2}-\sqrt{30}}{4}$$

Actividad 8: Racionalizar las siguientes expresiones:

a) $\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{8}}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}}$

Caso 4: **Racionalizar expresiones de la forma $\frac{a}{\sqrt[n]{b^m}}$**

Las expresiones de esta forma se amplifican por $\sqrt[n]{b^{n-m}}$

Ejemplo: Racionalizar

$$\frac{12}{\sqrt[5]{4}} = \frac{12}{\sqrt[5]{2^2}} \times \frac{\sqrt[5]{2^3}}{\sqrt[5]{2^3}} = \frac{12 \times \sqrt[5]{8}}{\sqrt[5]{2^5}} = \frac{12 \times \sqrt[5]{8}}{2} = 6.\sqrt[5]{8}$$

Actividad 9: Racionalizar las siguientes expresiones:

a) $\frac{12}{\sqrt[3]{4}}$ b) $\frac{5}{\sqrt[4]{25}}$ c) $\frac{12}{\sqrt[6]{8}}$

REVISE LAS ACTIVIDADES

RESPUESTA ACTIVIDADES

Actividad Nº 1:

a) $\emptyset$ b) $\emptyset$ c) $\emptyset$ d) $\emptyset$

Actividad 2:

a) $\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5.\sqrt{3}$

b) $\sqrt{208} = \sqrt{16 \times 13} = 4.\sqrt{13}$

c) $\sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 45.\sqrt{3}$

d) $\sqrt{300} = \sqrt{100 \times 3} = 10.\sqrt{3}$

e) $\sqrt{150} = \sqrt{25 \times 6} = 5.\sqrt{6}$

f) $\sqrt{52} = \sqrt{4 \times 13} = 2.\sqrt{13}$

Actividad 3:

a) $\sqrt{12} + \sqrt{75} - \sqrt{27} = 2.\sqrt{3} + 5.\sqrt{3} - 3.\sqrt{3} = 4.\sqrt{3}$

b) $\sqrt{8} + \sqrt{32} + \sqrt{162} = 2.\sqrt{2} + 4.\sqrt{2} + 9.\sqrt{2} = 15.\sqrt{2}$

c) $\sqrt{150} - \sqrt{216} = 5.\sqrt{6} - 6.\sqrt{6} = -\sqrt{6}$

d) $2.\sqrt{288} - 3.\sqrt{98} = 2.\ 12.\sqrt{2} - 3.\ 7.\sqrt{2} = 24.\sqrt{2} - 21.\sqrt{2} = 3.\sqrt{2}$

Actividad 4:

a) $\sqrt{20} == 2.\sqrt{5} = 2.(2{,}23) =$ **4,46**

b) $\sqrt{75} = 5.\sqrt{3} = 5.(1{,}73) =$ **8,65**

c) $\sqrt{63} = 3.\sqrt{7} = 3.(2{,}64) =$ **7,92**

d) $\sqrt{700} = 10.\sqrt{7} = 10.(2{,}64) =$ **26,4**

Actividad 5:

I.) **F** II.) **F** III.) **V** IV.) **V**

Actividad 6:

a) $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} . \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \mathbf{\frac{\sqrt{3}}{3}}$ b) $\frac{3}{2\sqrt{5}} = \frac{3}{2\sqrt{5}} . \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3.\sqrt{5}}{2\,.\,5} = \mathbf{\frac{3.\sqrt{5}}{10}}$

c) $\frac{10}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} . \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10.\sqrt{2}}{2} = \mathbf{5.\sqrt{2}}$ d) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}} . \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \mathbf{\frac{\sqrt{6}+3}{3}}$

Actividad 7:

a) $\frac{10}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} . \frac{\sqrt{7}-\sqrt{2}}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} = \frac{10.(\sqrt{7}-\sqrt{2})}{7-2} = \frac{10.(\sqrt{7}-\sqrt{2})}{5} = \mathbf{2.(\sqrt{7}-\sqrt{2})}$

b) $\frac{19}{5\sqrt{2}-4\sqrt{3}} = \frac{19}{5\sqrt{2}-4\sqrt{3}} . \frac{5\sqrt{2}+4\sqrt{3}}{5\sqrt{2}+4\sqrt{3}} = \frac{19.(5\sqrt{2}+4\sqrt{3})}{50-48} = \mathbf{\frac{19}{2}.(5\sqrt{2}+4\sqrt{3})}$

c) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} . \frac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}-\sqrt{5}} = \frac{2-\sqrt{10}-\sqrt{10}+5}{2-5} = \frac{7-2.\sqrt{5}}{-3} = \mathbf{\frac{2.\sqrt{5}-7}{3}}$

d) $\frac{5+2\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}} = \frac{5+2\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}} . \frac{4+\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}} = \frac{20+5.\sqrt{3}+8.\sqrt{3}+6}{16-3} = \mathbf{\frac{26+13.\sqrt{3}}{13}}$

Actividad 8: Racionalizar las siguientes expresiones:

a) $$\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{8}} = \frac{3}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})-\sqrt{8}} \cdot \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})-\sqrt{8}}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})-\sqrt{8}} = \frac{3.(\sqrt{5}+\sqrt{3}-2.\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2-(\sqrt{8})^2}$$

$$= \frac{3.(\sqrt{5}+\sqrt{3}-2.\sqrt{2})}{5+2.\sqrt{15}+3-8} = \frac{3.(\sqrt{5}+\sqrt{3}-2.\sqrt{2})}{2.\sqrt{15}} \cdot \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{15}} = \frac{3(5.\sqrt{3}+3.\sqrt{5}-2.\sqrt{30})}{30} = \mathbf{\frac{5.\sqrt{3}+3.\sqrt{5}-2.\sqrt{30}}{10}}$$

b) $$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})+\sqrt{6}} \cdot \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{6}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{6}} = \frac{2+\sqrt{6}-2.\sqrt{3}}{2+2.\sqrt{6}+3-6} = \frac{2+\sqrt{6}-2.\sqrt{3}}{-1+2.\sqrt{6}} \cdot \frac{-1-2.\sqrt{6}}{-1-2.\sqrt{6}}$$

$$= \frac{-2-4.\sqrt{6}-\sqrt{6}-12+2.\sqrt{3}+12.\sqrt{2}}{1-24} = \frac{-14-5.\sqrt{6}+2.\sqrt{3}+12.\sqrt{2}}{-23} = \mathbf{\frac{14+5.\sqrt{6}-2.\sqrt{3}-12.\sqrt{2}}{23}}$$

Actividad 9:

a) $$\frac{12}{\sqrt[3]{4}} = \frac{12}{\sqrt[3]{2^2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^1}}{\sqrt[3]{2^1}} = \frac{12.\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{12.\sqrt[3]{2}}{2} = \mathbf{6.\sqrt[3]{2}}$$

b) $$\frac{5}{\sqrt[4]{25}} = \frac{5}{\sqrt[4]{5^2}} \cdot \frac{\sqrt[4]{5^2}}{\sqrt[4]{5^2}} = \frac{5.\sqrt[4]{25}}{\sqrt[4]{5^4}} = \frac{5.\sqrt[4]{25}}{5} = \sqrt[4]{25}$$

c) $$\frac{12}{\sqrt[6]{8}} = \frac{12}{\sqrt[6]{2^3}} \cdot \frac{\sqrt[6]{2^3}}{\sqrt[6]{2^3}} = \frac{12.\sqrt[6]{2^3}}{\sqrt[6]{2^6}} = \frac{12.\sqrt[6]{8}}{2} = \mathbf{6.\sqrt[6]{8}}$$