# CONTAMINACIÓN ACUSTICA Y CONCEPTOS DE VELOCIDAD

## 

## 1. INTRODUCCIÓN

En múltiples ocasiones la prensa escrita es una fuente inagotable de datos matemáticos que permiten la formulación de tareas que son muy motivadoras para los alumnos: unas totalmente explícitas y otras que tienen cierta relación con el texto escrito y que se pueden formular de forma natural aprovechando esa relación. Es evidente que debe tratarse de textos que tengan alto interés social y que contengan una carga de matemáticas adecuada, ya que, por una parte, el interés social dotará de una significación especial a los contenidos matemáticos que se traten y, por otra, si el texto es rico en contenidos matemáticos, se pueden redactar tareas interesantes. Aquí se trabaja con un artículo que publicó el diario “El Mundo” sobre la contaminación acústica que padecen las ciudades y que se reproduce a continuación para poder relacionarlo directamente con las tareas programadas y así establecer un modelo de trabajo.



1. COMENTARIOS INMEDIATOS

Es interesante fomentar un debate en torno a los elementos detectados en la lectura procurando que los alumnos intervengan en los mismos, exponiendo sus puntos de vista. Una técnica que es interesante consiste en partir de una opinión que sea una aproximación y, afirmando que se puede mejorar, preguntar a ver quién es capaz de superarla, generalmente los alumnos entran en el juego y si se van señalando los puntos débiles de sus aserciones se va mejorando progresivamente. A continuación se muestran cuatro tareas y en cada une de ellas se muestran posibles directrices de los debates.

**Tarea 1.** Mayores, superiores y últimos son conceptos que tienen que ver con una relación de orden total (relación entre los elementos de un conjunto que cumple las propiedades: reflexiva, antisimétrica y transitiva) y, además, permite comparar de 2 en 2 todos sus elementos. Señalar qué fenómenos producen el mayor y el menor ruido de los de los que aparecen consignados en la tabla es fácil. Hazlo y escribe algunas causas que generan mayor ruido que un avión y menor que la caída de una hoja.

**Tarea 2.** Índice es un número positivo menor que la unidad, generalmente se obtiene dividiendo una parte entre el todo. Indica algunos números índices que conozcas y comenta su importancia.

**Tarea 3.** Comentar la posible incorrección de esta expresión: “113 millones” ¿A qué puede ser debida? (escasa cultura matemática, claridad del texto, ...) Esto da pie a contrastar la escritura simbólica con la verbal y pensar sobre las dificultades de una representación y de otra.

**Tarea 4.** “6 vehículos por cada 10 habitantes”. Haz un comentario de esta referencia (se puede pensar en expresarlo en porcentajes) y calcula el número aproximado de coches que puede haber en una ciudad como Valladolid.

## 2. CONCEPTOS TOPOLÓGICOS

Los comentarios anteriores son válidos en este apartado, pero quizás haya que ser más cuidadosos en la interpretación de los conceptos que aquí se tratan.

Límite es un concepto topológico, y viene a decir que el comportamiento en el límite de un punto debe ser muy similar a lo que ocurre en los puntos cercanos a él, que debe pasar algo muy parecido. Así pues, en Matemáticas, a diferencia de lo que normalmente se interpreta en otros contextos, como por ejemplo, en “límite de velocidad”, no se entiende como una barrera (como un tope a partir del cual ocurre algo diferente, como por ejemplo con la gota que rebasa el vaso). Es más, cuando se trata de funciones continuas, las que ocurren en la naturaleza lo son, el valor en un punto debe ser muy similar a los valores de puntos muy próximos.

**Tarea 5.** La palabra tolerancia también tiene una significación matemática propia y se suele utilizar a menudo en cálculo numérico y el límite de tolerancia debe ser interpretado en el sentido anterior. Convendría hacer un comentario y un gráfico funcional que refleje esta situación (*molestias=f(ruido)*).

**Tarea 6.** ¿Se puede entender que “entre 100.000 y 500.000 habitantes es un intervalo de *Z*? Normalmente se consideran intervalos de números reales y, por tanto, no vendrá nada mal hacer esta breve reflexión al respecto.

**Tarea 7.** Parece que para el articulista, “70/75”…, “entre 77 y 72”, son intervalos de **R**, uno en orden creciente y otro decreciente. En ambos casos se necesita una relación de orden. ¿Por qué ahora son intervalos de **R** y no de **Z**?

**Tarea 8.** Teniendo en cuenta los comentarios anteriores conviene hacer una breve reflexión acerca de los intervalos anteriores. Se pueden relacionar con los intervalos de los análisis clínicos.

## 3. PROBLEMAS RELACIONADOS CON EL RUIDO

A continuación se redactan una serie de tareas relacionadas con el uso del automóvil, teniendo como punto de partida el ruido. Lo más interesante de las mismas es la argumentación. Las primeras tareas suelen ser sorprendentes y muy controvertidas. Así, por ejemplo, incluso personas con alta formación científica, antes de seguir una argumentación, no creen que el ruido del motor sea el mismo en todas las velocidades y, asimismo, se resisten a interpretar que un coche gasta más combustible en carretera que en ciudad cuando se mide en el tiempo que ha estado el motor en marcha, en vez de en los kilómetros recorridos. También les sorprende el resultado de la tercera tarea, aunque muchos hayan padecido el ruido de una moto sin silenciador, cuando estaban concentrados en el estudio, en una noche silenciosa.

**Tarea 9.** En el texto aparece escrita la frase: “predomina el ruido de motor a menos de 10 Km/h, a más de 100Km/h predomina el ruido del asfalto y del viento”. Se puede intentar dibujar las gráficas de los ruidos en función de la velocidad, considerando que un automóvil tiene 5 velocidades.

Razonando de forma cualitativa se puede hacer un gráfico similar al modelo presentado en la figura 2. (A buen seguro que se puede mejorar). Una vez hecho el gráfico conviene hacer un comentario del mismo (por qué es una representación de cómo funcionan las cosas). Para su elaboración pueden ser interesantes algunas reflexiones que se puedan hacer sobre los siguientes términos:

1. ¿Es una gráfica de una sola función?
2. Piensa si no sería mejor utilizar otro tipo de curvas en vez de tramos rectos
3. Quizás hubiese sido más adecuado considerar que los intervalos de las “marchas” no tuvieran la misma amplitud.
4. Reflexiona un poco más que el autor sobre la representación de los ruidos externos.



*Figura 2. Gráficos del ruido de un automóvil.*

**Tarea 10.** Las gráficas de las figuras 3, 4 y 5 representan el gasto de combustible en carretera y en ciudad, en función de la velocidad, de los kilómetros recorridos y del tiempo. Se han hecho mediante una simple reflexión. Haz un comentario de las mismas y trata de mejorarlas.

¿Qué tipo de velocidad es la que se considera en la figura 3? En las figuras 4 y 5 se han dibujado tramos rectos y en las tres se han considerado dos orígenes de dibujo, ¿tendrá que ver con un gasto inicial fijo? Conviene que estos interrogantes se expliquen.



# *Figura 3. Gasto según la velocidad*



# *Figura 4. Gasto según la distancia*

Parece claro que el gasto de combustible en todos los casos da lugar a funciones del primer cuadrante, que son estrictamente crecientes. Por otra parte, la figura 5 expresa que, cuando se mide en tiempos (se considera el tiempo como variable independiente), el gasto de combustible circulando en carretera es mayor que cuando se circula en ciudad. Tales extremos deben ser explicados de forma argumentativa.

**Tarea 11.** Decibelio es la décima parte del **belio**, que es la unidad de sonoridad o de intensidad relativa de onda acústica. La sonoridad, por tanto, se expresa en belios y se define por la siguiente relación:



*Figura 5. Gasto según el tiempo.*



Explica por qué en la definición anterior aparece la expresión “intensidad relativa”.

**Tarea 12.** Explica por qué una moto sin silenciador molesta muchísimo más que un coche y, sin embargo, según la tabla adjunta la sonoridad de la moto es de 100 db (10 belios), mientras que la del coche es de 70 db (7 belios).

Considerando belios, la definición de logaritmo (en este caso son logaritmos decimales) y que *Im*, *Ic* e *I0* denotan las intensidades de la onda acústica de la moto, del coche y del umbral, se tiene:

Para la moto,

Aplicando a la relación anterior la definición de logaritmo, 

Para el coche, 

Aplicando a la relación anterior la definición de logaritmo 

Dividiendo miembro a miembro la segunda expresión entre la cuarta, se obtiene:



y, finalmente, simplificando se obtiene el resultado final 

*Im=102,6 Ic, Im=398,11Ic,*

lo que quiere decir que la intensidad de la onda acústica producida por la moto es 398,11 veces la intensidad de la onda acústica producida por el coche.

**Tarea 13.** Comentar la tabla numérica de ruidos de la prensa calculando las intensidades de la onda de un ruido frente a otros, así se aprenderá algo más sobre los ruidos (primeros con medianos y últimos, medianos entre sí, y medianos con últimos).

**Tarea 14.** Intentar obtener una fórmula para calcular la intensidad sonora relativa de un ruido respecto de otro y aplicarla para obtener la intensidad relativa al ruido de una conversación relajada de los ruidos que aparecen en la tabla y que son superiores a él.

## 

## 4. PROPORCIONALIDAD

El concepto de proporcionalidad, que se trata ampliamente en el currículo de ESO, no es tan sencillo para los alumnos como puede parecer a primera vista. Es verdad que tanto la representación simbólica de la proporcionalidad directa como la de la proporcionalidad inversa tienen formas muy simples (*y=kx, xy=k*), y esto se suele interpretar como sinónimo de fácil, pero nada más lejos de la realidad. El concepto de escala es ejemplo de proporcionalidad directa que presenta bastantes dificultades de aprendizaje, que se manifiestan en errores que son bastante frecuentes incluso en alumnos que presumiblemente debieran haber asimilado el concepto, lo que es una característica de los obstáculos epistemológicos. En el caso de la proporcionalidad inversa es más fácil pensar en sus dificultades por el mero hecho de estar implícito el “infinito actual”.

A continuación se redactan cuatro tareas relacionadas con la proporcionalidad con el objetivo de que el aprendizaje de ésta sea más significativo para los alumnos.

**Tarea 15.** El primer dibujo de este tema, figura 1, es un diagrama de barras deslizantes, cuya longitud es “directamente proporcional“ a la sonoridad. ¿Cuál debe ser la razón entre la longitud de la barra de la sonoridad producida por un equipo de radio y la longitud de la barra que representa la sonoridad de una conversación relajada? Ídem entre las longitudes de las barras de la sonoridad de un avión y de una coche.

**Tarea 16.** Haz un comentario y explica qué quiere decir “directamente proporcional“. Redacta tres tareas en las que aparezcan magnitudes directamente proporcionales.

**Tarea 17.** Pon un ejemplo en el que aparezcan magnitudes inversamente proporcionales y haz un comentario explicativo de lo que quiere decir “inversamente proporcional“.

A veces, cuando se trata de manipular símbolos puede ser interesante considerar que dos magnitudes son inversamente proporcionales es equivalente a que una de ellas sea directamente proporcional a la inversa de la otra (*y=k(1/x)*).

**Tarea 18.** Es evidente que la calidad de audición del aparato de radio de un automóvil es de mayor calidad si la sonoridad del resto de ruidos es menor, de tal manera que se puede formular que la calidad de audición es directamente proporcional a la inversa de la sonoridad del resto de ruidos, siendo la constante de proporcionalidad 0,25. Haz un comentario a lo que se acaba de expresar, escribe la función correspondiente y haz una representación de la misma en un diagrama cartesiano.

## 5. CONEXIONES CON CONCEPTO DE VELOCIDAD

En una segunda lectura un poco más crítica, además de las palabras y frases de contenido matemático que se consignaron en la introducción, los alumnos encontraron otras palabras con significado matemático (que en el texto aparecen señaladas en verde): parte exterior, minimizar, media, velocidad. A continuación se desarrollan las actividades relacionadas con estos conceptos.

Suele causar cierta sorpresa la afirmación de que la velocidad sólo se puede medir de forma indirecta como un cociente entre el espacio recorrido por un móvil y el tiempo que ha necesitado para hacer ese recorrido, que son las medidas que se obtienen directamente. En el caso de los automóviles, esta aproximación es el cociente entre el espacio recorrido (que se mide mediante el número de vueltas de las ruedas) y el tiempo (que se mide con el reloj) o bien la distancia recorrida en la unidad de tiempo, o bien el inverso del tiempo empleado en recorrer la unidad de distancia. Se trata de una aproximación, porque considera diferencias divididas –amplitudes de intervalos- en vez de un límite funcional cuando el incremento de tiempo tiende a cero, que es lo que daría la velocidad instantánea.

**Las siguientes tareas están orientadas a aplicar estos conceptos con la intención de hacerlos más significativos para los alumnos.**

**Tarea 19.** En un viaje de Valladolid a Burgos (120 Km) un coche invirtió los siguientes tiempos: 30 Km en 15 minutos, 20 Km en 12 minutos, 15 Km en 7 minutos, 25 Km en 14 minutos, 22 Km en 10 minutos y 8 Km en 6 minutos. Halla la velocidad media y expresa el resultado en Km/h. Procura hacer el menor número de cuentas.

**Tarea 20.** Explica si se puede dar una cota inferior de la velocidad instantánea máxima y una cota superior de la velocidad instantánea mínima (ambas bastante afinadas) considerando las velocidades medias de los tramos de la tarea anterior. Puede ser interesante pensar en el papel de las velocidades medias respecto de las velocidades maximas y mínimas. Hazlo.

**Tarea 21** Generalmente la longitud se mide en Km y el tiempo en horas (lo que implica que la velocidad se exprese en Km/h) o bien la longitud se mide en metros y el tiempo en segundos (y entonces la velocidad se expresa en m/s), pero también la longitud se puede medir en Km y el tiempo en segundos lo que implica que la velocidad se exprese en Km/s. Indica algunas velocidades que se expresen en estas unidades.

**Tarea 22.** Es frecuente afirmar que si un coche circula a 100Km/h en el viaje de ida y a 80 Km/h en el viaje de vuelta, entonces la velocidad media es de 90 Km/h. Esto es falso (y siempre es menor). Calcula la velocidad media real.

**Tarea 23.** Otra variante de este ejercicio es considerar que durante cierto recorrido, por ejemplo 32 Km, el coche ha circulado a una velocidad, por ejemplo 75 Km/k, mientras que en otro, por ejemplo 60 Km, el coche ha circulado a una velocidad, por ejemplo 97 Km/k. Hallar la velocidad media del recorrido total.

**Tarea 24.** Cuando los recorridos parciales son *e1* y *e2* y las velocidades son *v1* y *v2* se puede deducir una fórmula. Lo mismo suceda para n recorridos parciales. Si en estos casos se interpreta que las velocidades son los valores de una variable aleatoria y que los kilómetros recorridos son las frecuencias, la velocidad media es la media armónica de las velocidades. Deduce esta expresión

**Tarea 24.** La velocidad instantánea es el límite entre el espacio recorrido y el tiempo empleado, cuando ese tiempo tiende a cero. Explica si tiene que coincidir con la velocidad media del recorrido o con la velocidad media de algún tramo.

**Tarea 25.** El radar de la policía funciona considerando el efecto Doppler (Interpreta la deformación de la longitud de onda debido a la velocidad), pero se puede hacer una interpretación así: considera una distancia fija, el radar mide el tiempo que el automóvil que está pasando por la carretera tarda en recorrer esa distancia y divide la distancia recorrida entre el tiempo empleado. Explica si se trata de una velocidad media o una velocidad instantánea.

**Tarea 26.** Explica cuántos metros recorrería un coche en 0,36 segundos si circula a 100 Km/h.

**Tarea 27.** Un coche circula a 100 Km/h y al medir la velocidad con un radar resulta que en el recorrido de 10 metros se ha cometido un error de 4 centésimas de segundo en la medición del tiempo. Calcular qué velocidad irreal es la que registra el radar y expresar el resultado en Km/h. ¿Puede ser que el radar registre 25 m/s ó 31,25 m/s? Haz los cálculos y explicar el resultado.

**Tarea 27.** Explica razonadamente qué tipo de velocidad es la que está referenciada en el artículo de prensa al hablar del ruido.

**Tarea 28.** En la actualidad se suele considerar que un coche tiene buena aceleración en la arrancada si es capaz de alcanzar los 100 Km/h en un tiempo menor o igual que 10 s. Considera que la aceleración es uniforme y calcula el espacio que recorren dos coches hasta alcanzar los 100 Km/h sabiendo que uno tarda 10 s y otro 5 s, y siendo la aceleración constante en ambos casos.