3. EL MODELO SENO

Se pueden realizar aproximaciones razonables a algunos fenómenos periódicos a través de una función seno. Ya hemos visto ejemplos en los capítulos anteriores.

El movimiento de las mareas es un fenómeno bien conocido al cual es aplicable esa aproximación sinusoidal.

En el Puerto de Vlissingen hay una estación de medición de mareas. Sobre un cilindro, que da un giro completo cada 24 horas, se indica en forma continua el nivel del agua.

Debido a que el período de las mareas no coincide exactamente con el del día y la noche (24 horas), se deja el papel sobre el cilindro (para ahorrar papel) tres días seguidos de lo cual se obtiene, al reducirlo considerablemente, lo siguiente (fig. 15):

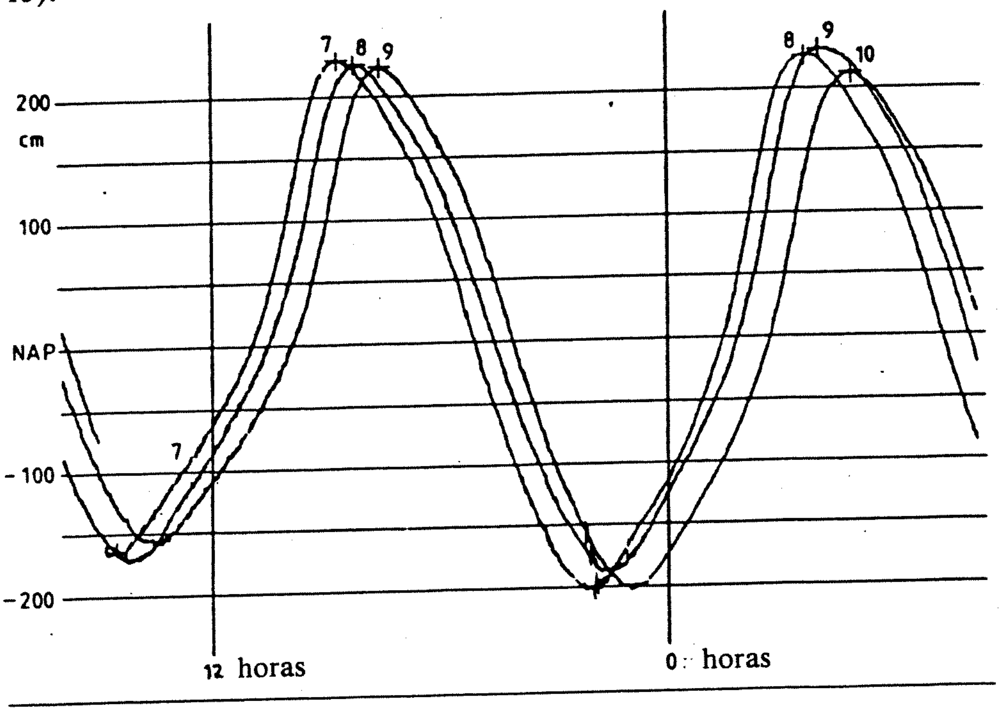

Figura 15. (NAP = Nuevo nivel de referencia de Amsterdam).

Aquí vemos el desarrollo desde el 7 de julio de 1978 a las 08.00 horas hasta el 10 de julio de 1978 a las 08.00 horas. En los picos del gráfico se indican los días.

33. *Por la disposición de las tres curvas puede deducirse que el período no es exactamente 12 horas, sino algo más.*

Explica esto.

34. *Dibuja la curva de la marea en Vlissingen desde el 7 de julio de 1978 a las 08.00 hasta el 10 de julio de 1978 a las 08.00 horas.*

a. Determina el período de la marea.

b. Determina el nivel máximo de agua promedio.

c. Determina el nivel mínimo de agua promedio.

El gráfico ha sido reducido considerablemente, debido a lo cual se pierde gran parte de la información. En su tamaño real, un trozo del gráfico aparece de la siguiente manera (fig. 16):

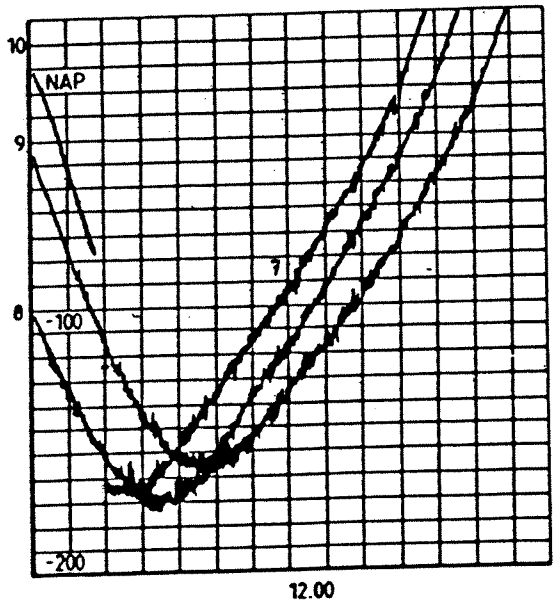

Figura 16

Tal como se hizo en el caso del electrocardiograma en el párrafo 1, también aquí (en este caso con datos para un año completo) se puede «promediar» la curva. La curva promedio de la marea en Vlissingen para todo un año aparecerá de la siguiente manera:

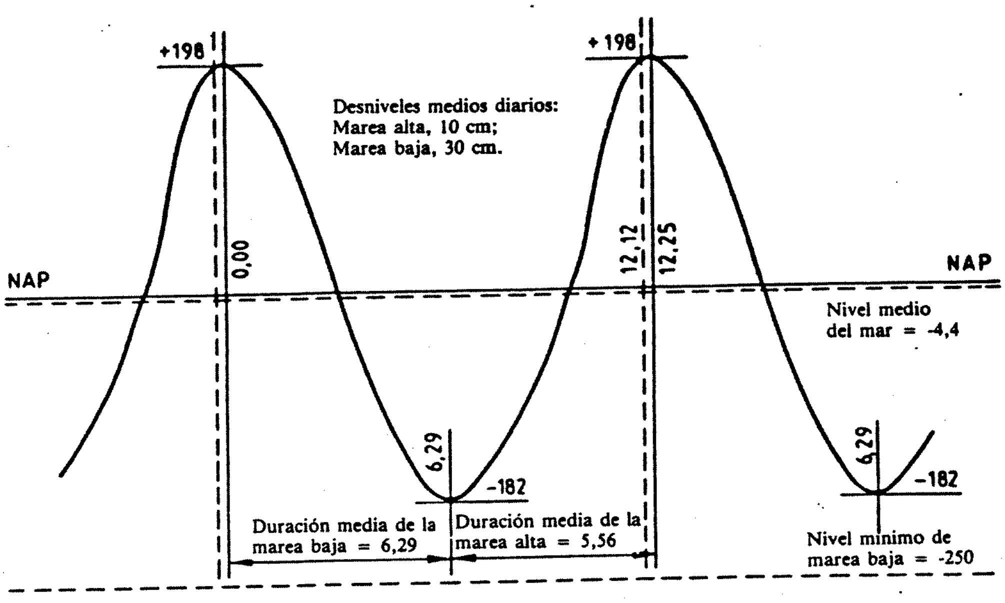

Figura 17. Curva de mareas medias de Vlissingen.

35. *¿En qué medida difiere esta curva promedio de la del gráfico del 7-10 de julio de 1978?*

El paso siguiente que podemos dar es el del modelo matemático. Y visto el parecido con una función sinusoidal es evidente que tenemos que buscar en esa dirección.

Las dos páginas siguientes muestran:

— Cómo dibujar la curva conociendo la función.

— Cómo deducir la función si se conoce la curva.

En general: f(x) = asenb(x + c) + d

Por lo tanto: a es la amplitud (desviación máxima con respecto al punto de equilibrio)

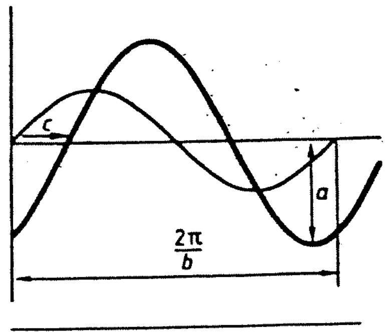

Figura 18

$\frac{2\pi}{b}$ es el período

c es el desplazamiento horizontal

(c positivo: hacia la izquierda; c negativo: hacia la derecha)

d es el desplazamiento vertical.

DE LA FUNCION A LA CURVA

Ejemplo:

$f(x) = 3\text{sen}2(x\text{-}1) + 1{,}5$

Primer paso: $f_1(x) = \text{sen } x$

Segundo paso: $f_2(x) = \text{sen}(x\text{-}1)$
(desplazamiento hacia la derecha)

Tercer paso: $f_3(x) = \text{sen}2(x\text{-}1)$
(período reducido a la mitad)

Cuarto paso: $f_4(x) = 3\text{sen}2(x\text{-}1)$
(amplitud tres veces mayor)

Quinto paso: $f_5(x) = 3\text{sen}2(x\text{-}1) + 1{,}5$
(desplazamiento hacia arriba)

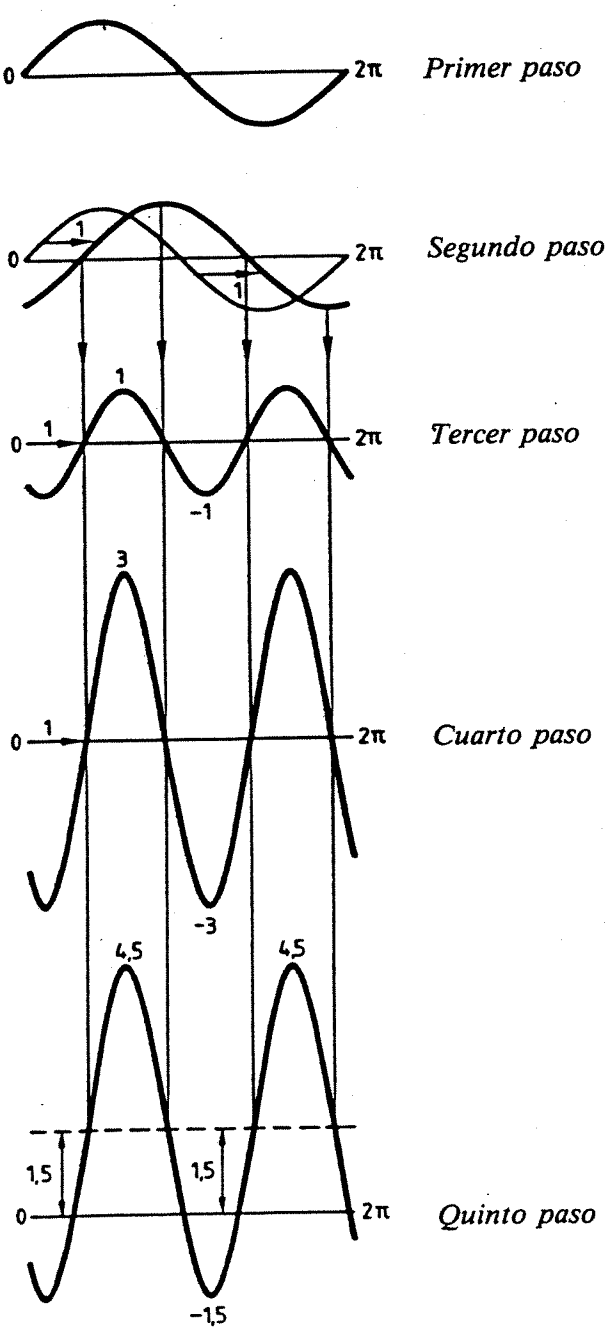

Figura 19

36. *Teniendo esto en cuenta dibuja: $f(x) = 1{,}5 \text{ sen } 3(x\text{-}1) + 1$*

37. *Enumera algunas posibilidades para cambiar el orden de los pasos dados en el ejemplo anterior.*

Ejemplo:

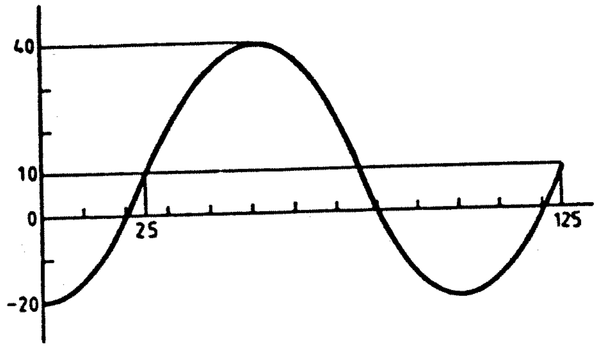

Figura 20

Primer paso: la amplitud es 30, por lo tanto $a = 30$.

Segundo paso: el desplazamiento horizontal es 25 hacia la derecha, por lo tanto $c = -25$.

Tercer paso: el período es 100, por lo tanto $\frac{2\pi}{b} = 100$; $b = \frac{2\pi}{100}$.

Cuarto paso: El desplazamiento vertical es 10 hacia arriba, por lo tanto $d = +10$.

Función: $f(x) = 30 \text{ sen } \frac{2\pi}{100}(x - 25) + 10$

Controlar el desplazamiento horizontal: si $x = 25$, controlar si la respuesta coincide con el gráfico.

38. *Encuentra de esta manera la función de:*

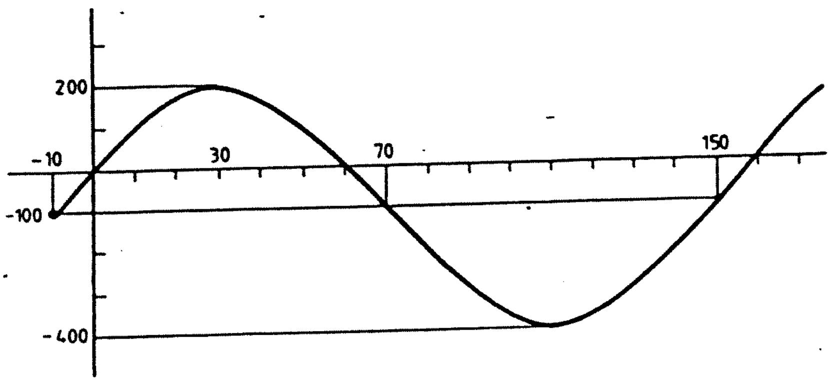

Figura 21

39. *Encuentra una función apropiada para la curva promedio de mareas de Vlissingen.*

40. *En la figura 22 se reproducen las temperaturas máximas y mínimas en el período 1941-1970 en la ciudad de Fairbanks en Alaska (Estados Unidos).*

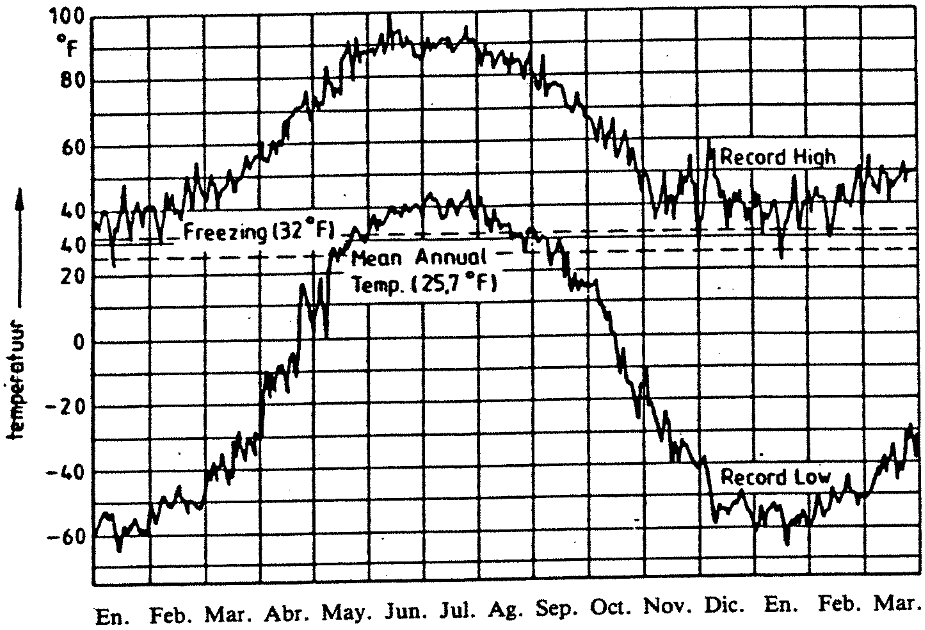

Figura 22. Temperatura del aire en Fairbanks, Alaska (1941-70)

a. Teniendo en cuenta estos dos extremos, dibuja una curva continua que represente la temperatura media.

b. Encuentra una función (tiempo en días, temperatura en °F).

c. Encuentra una función (tiempo en meses, temp. en °C).
(la fórmula para transformar °F en °C es: $t_f = 1{,}8\ t_c + 32$).

41. *La figura 23 es el gráfico de la temperatura media de otra ciudad de Estados Unidos: Bismark en Dakota del Norte.*

Encuentra una función (Tiempo en meses, temperatura en °F).

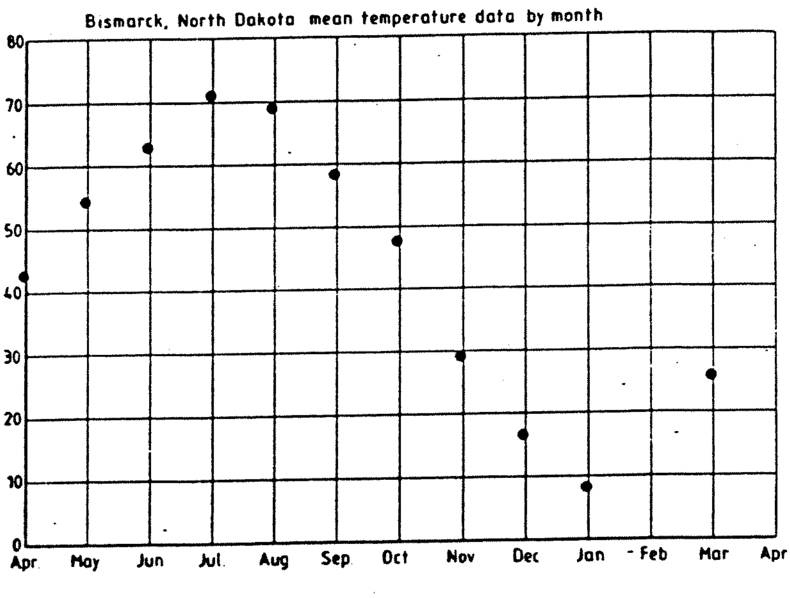

Figura 23

42 *En Oude Schild la marea alta se produce 4,7 horas más tarde que en Vlissingen. Además la amplitud es de apenas 75 centímetros.*

Encuentra una función para la marea en Oude Schild.