

# XVI CIAEM



Conferencia Interamericana de Educación Matemática  
Conferência Interamericana de Educação Matemática  
Inter-American Conference of Mathematics Education



Lima - Perú  
30 julio - 4 agosto 2023



[xvi.ciaem-iacme.org](http://xvi.ciaem-iacme.org)

## Evidencias de pensamiento funcional en 5 años: uso de tablas de funciones

Sandra Fuentes

Universidad de Granada

España

[sandrafuentesm@gmail.com](mailto:sandrafuentesm@gmail.com)

Lourdes Anglada

Centro Universitario María Inmaculada de Antequera

España

[lourdesanglada@eummia.es](mailto:lourdesanglada@eummia.es)

María C. Cañadas

Universidad de Granada

España

[mconsu@ugr.es](mailto:mconsu@ugr.es)

### Resumen

Esta comunicación es parte de una investigación más amplia sobre pensamiento algebraico en educación infantil y primaria desarrollada en España ([www.pensamientoalgebraico.es](http://www.pensamientoalgebraico.es)).

Analizamos el trabajo de un niño de 5 años, al resolver tareas de generalización que involucran funciones lineales y el uso de tablas. El objetivo de investigación es evidenciar el pensamiento funcional al trabajar con tablas de funciones. Entrevistamos a un alumno de último curso de infantil, a quien planteamos cinco tareas que involucraban las funciones  $f(x)=x$ ,  $f(x)=x+1$ ,  $f(x)=x-1$ ,  $f(x)=x+2$  y  $f(x)=2x$ , se le planteó el uso de tablas de funciones, las cuales son completadas en conjunto (alumno e investigadora), se le pregunta por las relaciones que observa a medida que se va llenando con datos. Concluimos que las tablas de funciones, no solo ayudan al niño a organizar la información, sino que además le permiten descubrir regularidades y llegar a la generalización, evidenciando así, pensamiento funcional.

*Palabras clave:* Early algebra; Educación infantil; Pensamiento algebraico; Pensamiento funcional; Representación tabular; Tablas de funciones.

## Introducción

El desarrollo del pensamiento funcional se puede trabajar desde los primeros años de escolarización. El pensamiento funcional es uno de los enfoques del *early algebra* que se considera más adecuado para introducir el pensamiento algebraico (Carraher, Martínez, y Schliemann (2008)), en él se pretende buscar la variabilidad entre dos o más conjuntos.

Las investigaciones sobre pensamiento funcional, en estos últimos años, se están enfocando en los primeros cursos de primaria y último año de infantil (e.g. Anglada y Cañadas, 2021; Castro et al., 2017; Fuentes y Cañadas, 2021), y se enfocan en la generalización, estrategias, estructuras y las representaciones que utilizan al resolver un problema. Las tablas son una representación con potencial en los primeros cursos y, sin embargo, han sido escasamente trabajadas (Brizuela et al., 2021).

Algunos países han incorporado el pensamiento algebraico dentro de sus directrices curriculares: Estados Unidos, Australia, Singapur, Chile (Pincheira y Alsina, 2021). España, incorporó en primaria el sentido algebraico, pero aún no en infantil. Sin embargo, podemos observar algunos contenidos relacionados con el sentido algebraico, como por ejemplo: identificar característica de los objetos, establecer relaciones entre conjuntos, entre otros. Es importante destacar que para lograr desarrollar el sentido algebraico, debemos verlo a través del juego y de situaciones contextualizadas y desafiantes que le hagan sentido al alumno (Ministerio de Educación y Formación Profesional, 2022 a y b).

El objetivo que abordaremos en este trabajo es evidenciar el pensamiento funcional al trabajar con tablas para representar los valores de las funciones.

## Marco teórico y antecedentes

El pensamiento funcional es un proceso cognitivo que se centra en las funciones y los elementos que las constituyen (Cañadas y Molina, 2016).

Las tablas son un tipo de representación y suelen ser usadas para almacenar datos. En las tablas de funciones los pares de datos están relacionados a través de una función matemática, es así que al almacenar estratégicamente los datos, podemos extraer información de las interacciones matemáticas que en ella se observan (recurrencia, correspondencia y covariación).

Blanton y Kaput (2011) concluyeron que niños de primero (6-7 años) trabajaron con tablas para representar valores de funciones y obtener de ellas relaciones funcionales. En la investigación de Martí (2009), alumnos de 2° y 5° de primaria utilizaron las tablas para almacenar datos. El autor concluyó que el leer y analizar los datos de las tablas requiere ser aprendido y practicado, ya que hasta las personas mayores tienen dificultad al hacerlo.

Brizuela et al (2021) trabajaron el pensamiento funcional con tablas con un niño de 5 años. En la investigación se diseñaron y aplicaron tres entrevistas (inicial, intermedia y final), se le plantean al alumno, tareas de pensamiento funcional que involucran funciones lineales y se le plantea utilizar tablas de forma espontánea. Algunas de sus conclusiones son que las tablas son

utilizadas por el niño para ordenar los datos, pero que también las utiliza para encontrar conexiones entre los datos.

### **Metodología**

Esta investigación es de carácter descriptivo y exploratorio (Hernández et al., 2010), ya que describe los procesos de un alumno en torno a su pensamiento funcional y el uso de tablas. Es exploratorio, ya que son escasas las investigaciones que trabajan con el uso de tablas de funciones en infantil.

Después de trabajar con los alumnos de una clase de infantil de 5 años, en tareas de pensamiento funcional, entrevistamos a 6 de ellos con buena disposición y podían comunicar lo que hacían. A 4 de ellos les planteamos el uso de tablas. Para este informe, analizamos la entrevista de un alumno, ya que evidenció relaciones entre los valores de las variables involucrados en las tablas que construía. Lo llamaremos Bradley.

En este trabajo describimos pequeños extractos de las entrevistas donde se evidencia pensamiento funcional en el uso de tablas. El alumno destacó en las sesiones con el gran grupo, dando respuestas que guiaban la discusión del salón. Como en esas sesiones se involucró a todos los alumnos, se perdieron las individualidades, que se aprecian en las entrevistas. En el gran grupo se les planteó la misma tarea y funciones, pero el objetivo estaba definido solo en la generalización, no en el uso de tablas. En el pizarrón se les plantearon tablas escritas con tiza, se puso título a las columnas, se van planteando los datos y construyendo junto al alumno las respuestas, esto dependía de como avanzaba en cada una de las cuestiones.

El equipo de investigadores diseñó tareas de generalización que involucraban funciones lineales, en el contexto de una fiesta de cumpleaños. Le planteamos a Bradley preguntas sobre casos particulares, a modo de juego. Les pedimos que verbalizaran las acciones que los llevaban a esos valores. Le presentamos en la pizarra una tabla con valores de la función y lo invitamos a utilizarla, con la intención de que registrara los datos pero que además la lea y encuentre regularidades entre las dos columnas o parejas de datos.

Cada una de las tareas involucraba una función lineal. La variable independiente era el número de niños invitados a la fiesta. Las variables dependientes era el número de gorros ( $f(x)=x$ ), el número de globos y el globo de la puerta ( $f(x)=x+1$ ), el número de cajas de zumo cuando a un niño no le gustan los zumos ( $f(x)=x-1$ ), el número de platos para la tarta, considerando los platos del papá y la mamá ( $f(x)=x+2$ ) y el número de pegatinas si van 2 en cada bolsita sorpresas ( $f(x)=2x$ ), respectivamente.

### **Análisis de datos y discusión**

Analizamos los datos, exponiendo extractos de la entrevista, donde Bradley hace explícita las relaciones funcionales y cuál es la forma en que utiliza las tablas. En la figura 1 se muestra una foto del trabajo realizado con el niño en la construcción y análisis de la tabla.



Figura 1. Niño trabajando con tablas de funciones.

En la entrevista no necesitó utilizar material concreto en las primeras cuatro tareas, aunque se le dio la posibilidad de utilizarlo cuando lo considerara necesario. Se apoyó de material concreto en la tarea 5, donde tenían que duplicar la cantidad de elementos.

A continuación, describimos cada una de las tareas propuestas a Bradley.

**Tarea 1:** Relación entre el número de niños y número de gorros necesarios para la fiesta de cumpleaños ( $f(x)=x$ ). Cuando, en conjunto con la investigadora, estaban construyendo la tabla, se le planteó el número de niños (1, 2 y 3) y Bradley contestó por el número de gorros (1, 2, 3).

Bradley (B): 4 niños, 4 gorros.

Investigadora (I): ¿Cómo lo sabes? ¿Cómo llegaste a ese número de gorros?

B: Si hay un niño, un gorro, porque no *cabrían* más cabezas.

I: ¿Y si hay dos niños?

B: Pues dos gorros... no pueden ser 4, porque no tienen 2 cabezas.

Se le preguntó por números grandes, fuera del ámbito numérico que corresponde a su edad (20 y 50). Para 50 niños, dijo "lo mismo". Es decir, generalizó lo descubierto en casos cercanos. Se le preguntó por  $x$  niños y respondió "necesitamos lo mismo" y colocó la letra  $x$  en la columna de los gorros. Utilizó la tabla como almacenamiento de datos, pero cuando lo necesitó, hizo referencia a datos que ya tenía anotados en la tabla, cuando llegó a la conclusión que eran iguales, mostró en la pizarra las parejas que avalaban su argumento. Almacenó los datos y percibió la relación de igualdad en ambas columnas.

**Tarea 2:** Relación entre el número de niños y número de globos, además del globo de la puerta del piso para anunciar el cumpleaños. La investigadora construyó la tabla con los valores 1 niño y 2 globos, recordándole que uno debe quedar en la puerta.

B: 2 niños, 3 globos... 2 globos para los niños y el de la puerta, entonces son 3, anotó en la tabla la pareja (2,3), siguió anotando las parejas (3,4), (4,5) y (5,6).

I: ¿Ves algo raro en la tabla?

B: No, nada, está bien.

I: ¿Cómo sabes qué número va?

B: Por la puerta.

I: ¿Y si son 20 niños?

B: Después del 20. ¿Quién va?... Ah, el 21.

Aunque no lo sabía escribir, sabía que era el que venía después, por lo que evidenció pensamiento funcional y generalizó. Al incluir la letra  $x$ , dijo "¿Quién viene después?... a, b, c, ..." y comenzó a recitar el alfabeto hasta llegar a la  $y$ . Por tanto, asoció el orden alfabético con el orden numérico, aunque sabía que es la  $y$ , en la tabla escribió  $x$ . En esta tarea, utilizó la mayor parte del tiempo, la tabla como almacenamiento.

*Tarea 3:* Relación entre el número de niños y número de zumos, sabiendo que a uno de los niños que está en la fiesta no le gustan los zumos.

I: ¿Si hay un niño en la fiesta?

B: Este es el niño que no le gustan los zumos... cero. Si son 2 niños... 1 zumo. Si son 3 niños... 2 zumos.

I: ¿Cómo lo sabes?

B: A lo que contesta apuntando a las parejas escritas en la tabla, indicando desde los zumos a los niños. Cero, uno. Pero sigue desde los niños a los zumos; dos-uno, tres-dos, cinco-cuatro... Si hay 5 niños, solo son 4, como a uno no le gustan.

Cuando se le consultó por 10 niños, escribió 9 en la pizarra. Consideramos que evidenció pensamiento funcional, y usó la tabla como almacenamiento y estableció relaciones funcionales en ella.

*Tarea 4:* Relación entre el número de niños y número de platos para la tarta, guardaremos tarta para el papá y la mamá. La investigadora escribió en la tabla 1 niño

B: 3... y completó en la tabla las parejas (2,4) y (3,5)

I: ¿Cómo sabes que son esos los resultados?

B: Le estoy sumando 2 a los niños, el plato del papá y de la mamá.

Siguió escribiendo en el pizarrón las parejas (10,12) y (8,10) sin dificultad. Utilizó la tabla como almacenamiento y estableció relaciones funcionales entre las parejas.

*Tarea 5:* Relación entre el número de niños y número de pegatinas, en cada bolsita sorpresa hay 2 pegatinas. Se escribió en la tabla los valores 1 niño-2 pegatinas, le preguntamos por las pegatinas para 2 niños y contestó "3". Al no salir de su error, le facilitamos el material concreto, colocó las 2 caritas y a sus lados colocó 2 estrellas...

B: 2 niños, 4 estrellas. También utilizó el material concreto para 3 niños, escribió la pareja (3,6), pero verbalmente dijo que ya lo sabía

I: ¿Y si son 5 niños?

B: 1-2, 3-4, 5-6, 7-8, 9-10... son 10 pegatinas. Contó por cada dedo dos números. Son 2 para un niño, dos para otro y dos para otro, a todos 2 para que no peleen".

La tabla la usó como almacenaje solamente.

## Conclusiones

Nuestro objetivo era evidenciar pensamiento funcional al trabajar con tablas de funciones, el cual fue logrado. Encontramos evidencias de pensamiento funcional al relacionar las dos variables incluidas en la tarea. Además, utilizó las tablas de funciones, no sólo como almacenamiento de información, sino que logró establecer relaciones funcionales en ella.

Concordamos con Brizuela (2021), Blanton y Kaput (2011) y Martí (2009), en que el uso más frecuente de las tablas es el de ordenamiento de los datos y que hay niños que pueden ver más allá de solo los datos y encontrar relaciones funcionales entre ellos, como en el caso de Bradley.

El rol del mediador cumple un papel fundamental para desvelar esas relaciones matemáticas que intuitivamente los alumnos ven en los datos y que deben ser formalizadas. Esta investigación confirma que el uso de las tablas de funciones permite a los alumnos llegar a la generalización y establecer conexiones funcionales entre los datos. La implementación en el aula de las tablas de funciones, es posible con actividades contextualizadas y con preguntas que lleven a los alumnos a mirar los datos de las tablas más allá de solo un ordenamiento.

Sabemos que no podemos generalizar, pero aportamos evidencias que es posible y provechoso el trabajo con tablas de funciones en niños de infantil.

## Agradecimientos

Este trabajo se ha realizado como parte de los proyectos con referencias EDU2016-75771y PID2020-113601GB-I00, financiados por la Agencia Española de Investigación y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional y Beca de doctorado en el extranjero n° 72210402, Gobierno de Chile.

## Referencias y bibliografía

- Anglada, M. L. y Cañadas, M. C. (2021). Correspondencia y generalización de estudiantes de último curso de Educación Infantil. En P. D. Diago, D. F. Yáñez, M. T. González-Astudillo y D. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 125-132). SEIEM.
- Blanton, M. L. y Kaput, J. J. (2011). Functional thinking as route into algebra in elementary grades. En J. Cai y E. Knuth (Eds.), *Early algebraization* (pp. 5-23). Springer.
- Brizuela, B., Blanton, M. y Kim, Y. (2021). A Kindergarten Student's Use and Understanding of Tables While Working with Function Problems. 10.1007/978-3-030-69657-3\_8.
- Cañadas, M. C. y Molina, M. (2016). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. En E. Castro, E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruíz y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Luis Rico* (pp. 209-218). Comares.
- Carraher, D. W., Martínez, M. V. y Schliemann, A. D. (2008). Early algebra and mathematical generalization. *ZDM*, 40 (1), 3-22
- Castro, E., Cañadas, M. C., Molina, M. (2017). Pensamiento funcional mostrado por estudiantes de educación infantil. Edma 0-6: *Educación Matemática en la Infancia*, 6(2), (pp. 1-13).
- Fuentes, S. y Cañadas, M. C. (2021). Funciones  $f(x) = 3x$  y  $f(x) = 5x$  en primero de primaria: estrategias y representaciones utilizadas por alumnos. En P. D. Diago, D. F. Yáñez, M. T. González-Astudillo y D. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 269-277). SEIEM.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2010). Metodología de la investigación, 5° edición. McGraw Hill.

- Martí, E. (2009). Tables as cognitive tools in primary education. En C. Andersen, N. Scheuer, M. P. Pérez Echeverría y E. Teubal (Eds.), *Representational systems and practices as learning tools* (pp. 133-148). Sense Publishing.
- Ministerio de Educación y Formación Profesional (2022a). Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. *BOE*, 56, 24386-24504.
- Ministerio de Educación y Formación Profesional (2022b). Real Decreto 95/2022, de 1 de febrero, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. *BOE*, 28, 1-33.
- Pincheira, N. y Alsina, Á. (2021). Hacia una caracterización del álgebra temprana a partir del análisis de los currículos contemporáneos de Educación Infantil y Primaria. *Educación Matemática*, 33, 153-180.