



## PENSAMIENTO FUNCIONAL EN 4 AÑOS: UN ESTUDIO DE CASO

Fuentes, S. y Cañadas, M. C.

Universidad de Granada, España

*Este trabajo se ubica en un marco más amplio de investigación sobre pensamiento funcional en infantil y primaria, realizado en España ([www.pensamientoalgebraico.es](http://www.pensamientoalgebraico.es)). Analizamos y describimos las evidencias de pensamiento funcional de una niña de 4 años al trabajar con tareas de generalización que involucran dos funciones. Nos centramos en la generalización en dos tareas que implican las funciones  $f(x)=x$  y  $f(x)=3x$ .*

Pensamiento funcional, Generalización, *Early algebra*.

### INTRODUCCIÓN

Es en la educación infantil donde el alumno desarrolla habilidades matemáticas que le servirán de andamiaje para toda la vida. Pensar matemáticamente nace de forma intuitiva en estos niveles (Blanton y Kaput, 2011), por lo que es importante el trabajo para desarrollar el pensamiento funcional en los primeros niveles de escolarización. Esto se logra con actividades lúdicas, contextualizadas en su entorno y desafiantes para su edad, preparándolos para el estudio del álgebra formal.

El National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000), propone que el álgebra escolar se trate desde la educación infantil. Esto supone promover en las aulas la observación de patrones, relaciones y propiedades matemáticas y, para ello, recomienda un ambiente escolar en el que se valore que los alumnos exploren, modelicen, hagan predicciones, discutan o argumenten (Blanton y Kaput, 2004).

La propuesta curricular *early algebra*, propone trabajar el pensamiento algebraico con alumnos desde infantil, lo que significa enmarcar las actividades hacia un mayor desarrollo de habilidades relativas a la generalización. El pensamiento funcional, uno de los enfoques del *early algebra*, implica estudiar las relaciones entre dos o más elementos que varían.

Las investigaciones en educación infantil sobre este tema son incipientes, la mayor parte de ellas se centran en el primer ciclo de educación primaria o el último curso de educación infantil (e.g. Castro, Cañadas y Molina, 2017; Cañadas y Fuentes, 2015; Fuentes, 2014; Morales, Cañadas, Brizuela y Gómez, 2016). Esta investigación aporta evidencias de qué se puede trabajar con niños de 4 años y del razonamiento que tienen frente a una tarea de generalización a través de funciones.

El objetivo que abordaremos en este documento es describir las evidencias de pensamiento funcional que establece una niña de 4 años al desarrollar una tarea de generalización, la cual involucra las funciones  $f(x)=x$  y  $f(x)=3x$ .

## ANTECEDENTES Y MARCO CONCEPTUAL

En las últimas dos décadas, las investigaciones sobre como introducir el álgebra escolar han tenido mucha relevancia. Dos grandes cuestiones en las que se enfocan las investigaciones recientes es desde cuándo y cómo hacer este acercamiento al álgebra escolar.

El pensamiento funcional es el enfoque del *early algebra* en el que se trabaja con las funciones y los conceptos matemáticos asociados a ellas. Cañadas y Molina (2016), definen el pensamiento funcional como un proceso cognitivo que forma parte del pensamiento algebraico, basado en la construcción, descripción, representación y razonamiento con y sobre las funciones y los elementos que las constituyen (p. 211).

Consideramos que hay evidencia de pensamiento funcional cuando el niño hace explícita la relación que encuentra entre las variables que están involucradas en el problema de estudio. Puede expresar esta relación en lenguaje común (verbal o escrito), con dibujos, símbolos o números para ir de las individualidades a la generalización (Fuentes, 2014).

Al comparar con otros niveles educativos, las investigaciones en educación infantil sobre este tema son escasas, uno de ellos es el de Acosta y Alsina (2018). Los autores trabajaron con 24 alumnos de 3 años en una investigación basada en el diseño, a través de patrones descritos en situaciones cotidianas como cuentos y juegos. Los autores encuentran evidencias de pensamiento algebraico, ya que los alumnos pueden seguir patrones sencillos, descritos en las actividades realizadas.

Castro, Cañadas y Molina (2017), llevan a cabo tres intervenciones con un grupo de 12 estudiantes de 5 a 6 años (último año de infantil). Los alumnos evidenciaron pensamiento funcional al establecer la relación entre los collares que utilizaron un grupo de perros ( $f(x)=x$ ). También, establecieron la función  $f(x)=2x$  cuando se les planteó que cada perro necesitó 2 platos.

Blanton y Kaput (2004), indagaron en el pensamiento funcional de alumnos de educación infantil. Utilizaron tareas que involucraban las funciones  $f(x)=x$  y  $f(x)=2x$ , en un contexto familiar para ellos. En el grupo de niños de 3 años, utilizaron fotografías para introducir la situación y debían incorporar en una tabla las parejas de valores de variables que observaron relacionadas. Los niños, gradualmente, descubrieron propiedades en la relación, como la paridad, la relación aditiva o multiplicativa entre las variables. En algunos casos también introdujeron notación algebraica en sus respuestas.

La generalización es un proceso de abstracción empírica, se trata de pasar de uno o algunos a todos, ya que es de carácter extensional (Piaget, 1978). La generalización es fundamental en la construcción de conocimiento y tiene como tarea fundamental el encontrar relaciones reales entre los objetos en estudio. Cañadas y Castro (2007), describen la generalización como una expresión que abarca a todos los casos posibles y que se construye a través de la inducción, comenzando con casos particulares. La generalización es un paso clave dentro del proceso de razonamiento inductivo.

## **METODOLOGÍA**

Esta investigación es de carácter exploratorio y descriptivo (Hernández, Fernández y Baptista, 2010), porque el análisis de los datos pretende describir los procesos del alumno en torno a su pensamiento funcional. Es exploratorio, ya que encontramos escasas evidencias en la literatura de investigación.

Previo a una investigación más amplia, trabajamos con una niña chilena de 4 años, elegida de forma intencional, por tiempo y disponibilidad, para aplicarle la prueba piloto de Fuentes (2014). Tiene un manejo básico de lecto-escritura, reconoce y escribe algunas letras, números y su nombre. La niña había trabajado con patrones figurales anteriormente.

Los investigadores involucrados en el proyecto, en el que se encuentra inmersa esta investigación, diseñamos e implementamos una prueba escrita con dos tareas que involucraban funciones lineales. Enmarcamos las tareas en el contexto de una fiesta de cumpleaños. La aplicación de la prueba tuvo una duración de 1 hora y 10 minutos y estuvo a cargo de las autoras de este trabajo. Cada tarea se trabajó de forma individual, se dieron explicaciones generales de cada una de las ellas para que desarrollara la prueba escrita autónomamente y luego, se le pidió que verbalizara lo que había escrito en la prueba, también se indagó en la generalización al proponerle otros casos o preguntarle por muchos elementos. Por la edad de la niña, la investigadora anotó en la prueba escrita las explicaciones que daba verbalmente.

La variable independiente es el número de alumnos invitados a la fiesta y las dependientes los gorros y piruletas, respectivamente. Las funciones involucradas en cada tarea fueron  $f(x)=x$ ,  $f(x)=3x$ , respectivamente.

Tarea 1: Relación entre el número de niños y número de gorros necesarios para la fiesta de cumpleaños. Se le da explícita la relación 1 niño - 1 gorro ( $f(x)=x$ ) y se le pregunta por otros valores:  $x=2, 3, 4, 5, 8, 10$  y  $100$ .

Tarea 2: Relación entre el número de niños y el número de piruletas necesarios para la fiesta de cumpleaños. Se le da escrita la relación 1 niño - 3 piruletas ( $f(x)=3x$ ), quedando como apartados de esta tarea preguntas para los valores  $x=2, 3, 4, 5, 8, 10$  y  $100$  niños.

## **ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS**

Analizamos las respuestas entregadas en la prueba escrita y en la posterior entrevista donde verbalizó sus respuestas y se indagó sobre la relación funcional que estableció en cada tarea.

Observamos indicios de pensamiento funcional en la prueba escrita, ya que contestó de forma correcta a todos los ítems en ambas tareas. Interpretamos que identificó alguna relación entre ambos conjuntos de datos. En la entrevista, al consultarle por las respuestas que dio en cada uno de los ítems, evidenció la relación funcional que identificó en cada una de ellas. Detallamos a continuación, con ejemplos, esta evidencia.

En los primeros ítems de la tarea 1, contestó con dibujos y en los demás con el número, la relación que estableció es “a cada niño le ponemos un gorro... 5 niños, 5 gorros”, cuando se le pregunta por los

gorros necesarios para dos niños, dibujó dos gorros y contestó “son dos gorros porque son dos niños” (figura 1).

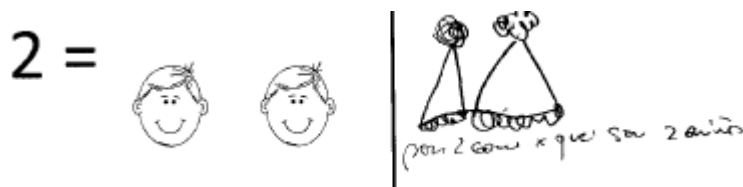


Figura 1:  $x=2$ , tarea 1

Al preguntarle explícitamente por la relación entre los niños y los gorros, respondió “cada niño debe llevar un gorro”, “30 niños, 30 gorros”, “100 niños, 100 gorros”.

En los primeros ítems de la tarea 2, contestó con dibujos la cantidad de piruletas necesarias. Luego, utilizó la agrupación. Cuando le preguntamos por las piruletas para 4 niños, respondió “3 y 3 y 3 y 3”, dibujó sin establecer grupos, pero organizó los números para sumar cuatro veces 3 (ver figura 2).

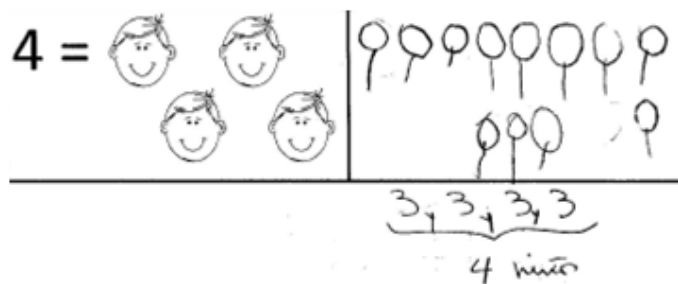


Figura 2:  $x=4$ , tarea 2.

Cuando se le preguntó por la relación entre el número de niños y las piruletas, expresó “3 cada uno”, “muchos niños, 3 chuches para cada niño”, “10 niños, 3 para el primero, 3 para el segundo, 3 para el tercero...”, pudimos observar que hace explícita la relación funcional  $f(x)=3x$ , asignándole 3 piruletas a cada niño, sin importar cuántos sean estos.

## CONCLUSIONES

Con la información que recogimos de la prueba escrita y de la entrevista, pudimos evidenciar las relaciones funcionales que estableció entre las variables propuestas, es decir, cumplimos nuestro objetivo de investigación.

La niña entendió lo que se le pedía y las respuestas pusieron de manifiesto relaciones entre las variables implicadas en la tarea, evidenciando pensamiento funcional, utilizando frases como “a cada niño le toca un gorro, entonces 5 gorros, 5 niños”. En esta ocasión, se explicitó la generalización verbalmente en la entrevista.

Al comparar este estudio con otros similares, los resultados son más alentadores que los encontrados en la literatura (Acosta y Alsina, 2018; Blanton y Kaput, 2004; Castro et al, 2017), ya que logra completar correctamente todas la tareas e ítems de forma innata, autónoma y sin necesidad de ayuda ni de

inducción, logrando así la generalización. A diferencia de las investigaciones antes descritas, ya que, al ser grupos numerosos de niños, no todos llegaban a establecer la generalización.

Se evidenció la posibilidad de trabajar con alumnos desde edades tempranas motivando a los profesores a incorporar el desarrollo del pensamiento algebraico en sus aulas.

### **Agradecimientos**

Este trabajo se ha realizado como parte de los proyectos con referencias EDU2016-75771y PID2020-113601GB-I00, financiados por la Agencia Española de Investigación y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional y Beca de doctorado en el extranjero n° 72210402, Gobierno de Chile.

### **Referencias**

- Acosta, Y. y Alsina, Á. (2018). Alfabetización algebraica a partir de 3 años: el caso de los patrones. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 111-120). SEIEM.
- Blanton, M. y Kaput, J. (2004). Elementary grades students' capacity for functional thinking. En M. Jonsen Hoines y A. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2 pp. 135-142). PME.
- Blanton, M. y Kaput, J. (2011). Functional thinking as a route into álgebra in the elementary grades. En J. Cai y E. Knuth (Eds.), *Early algebraization* (pp. 5-23). Springer-Verlag.
- Cañadas, M. C. y Castro, E. (2007). A proposal of categorisation for analysing inductive reasoning. *PNA*, 1(2), 69-81.
- Cañadas, M. C. y Fuentes, S. (2015). Pensamiento funcional de estudiantes de primero de educación primaria: Un estudio exploratorio. En C. Fernández, M. Molina, y N. Planas (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 211-220). SEIEM.
- Cañadas, M. C y Molina, M. (2016). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. En E. Castro, E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruiz-Hidalgo, M. Torralbo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Luis Rico* (pp. 209-218). Comares.
- Castro, E., Cañadas, M. C., y Molina, Marta (2017). Pensamiento funcional mostrado por estudiantes de educación infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 6(2), 1-13.
- Fuentes, S. (2014). Pensamiento funcional de estudiantes de primero de educación primaria: un estudio exploratorio. Trabajo Fin de Máster. Universidad de Granada, España.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2010). *Metodología de la investigación*, 5° edición. McGraw Hill.
- Morales, R., Cañadas, M. C., Brizuela, B. M. y Gómez, P. (2018). Relaciones funcionales y estrategias de alumnos de primero de educación primaria en un contexto funcional. *Enseñanza de las Ciencias*, 36(3), 59-78.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Autor.
- Piaget, J. (1978). La equilibración de las estructuras cognitivas. *Problema central del desarrollo*. SXXI.