Generalização da função f(x)=x+1 em alunos do 1º ano

Generalization of the function f(x)=x+1 in 1st grade students

Generalización de la función f(x)=x+1 en alumnos de 1° de primaria

Sandra Fuentes Mardones[792]
Univesidad de Granada
Orcid 0000-0002-1249-0233

María Consuelo Cañadas Santiago[793]
Universidad de Granada
Orcid 0000-0001-5703-2335

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en las diferentes modalidades y niveles educativos.

Resumo

Este trabalho faz parte de uma pesquisa mais ampla sobre pensamento funcional realizada na Espanha (www.pensamientoalgebraico.es). Analisaremos as estratégias que explicitam, ao generalizar a função f(x)=x+1, um grupo de 4 alunos do primeiro ano. Ao apresentá-los a um contexto cotidiano como uma festa de aniversário e a compra de chapéus para os convidados e uma coroa para a aniversariante, surge a pergunta: Que relação funcional as crianças de 6 a 7 anos podem estabelecer diante dessas variáveis? Para responder a esta questão, definimos a situação, numa entrevista semiestruturada, com 4 alunos do primeiro ano do ensino primário e investigámos as regularidades que descobriram e como chegaram a generalizar. Todos os alunos estabeleceram a relação funcional f(x)=x+1, argumentando que sempre era preciso comprar apenas uma coroa para a aniversariante e um chapéu para cada um dos convidados da festa.

Palavras-chave: Pensamento funcional, generalização, funções.

Abstract

This work is part of a broader research on functional thinking carried out in Spain (www.pensamientoalgebraico.es). We will analyze the strategies that make explicit, when generalizing the function f(x)=x+1, a group of 4 first grade students. When presenting them with a daily context such as a birthday party and the purchase of hats for the guests and a crown for the birthday girl, the question arises: What functional relationship can 6-7 year old children establish with these variables? To answer this question, we set out the situation, in a semi-

[792] sandrafuentesm@gmail.com
[793] mconsu@ugr.es

structured interview, with 4 students in the first year of primary school and we investigated the regularities they discovered and how they came to generalize. All the students established the functional relationship f(x)=x+1, arguing that you always had to buy only one crown for the birthday girl and one hat for each of the party guests.

***Keywords*:** Functional thinking, generalization, functions.

Resumen

Este trabajo se enmarca en una investigación más amplia sobre pensamiento funcional realizado en España (www.pensamientoalgebraico.es). Analizaremos las estrategias que explicitan, al generalizar la función f(x)=x+1, un grupo de 4 alumnos de primero de primaria. Al plantearles un contexto cotidiano como lo es una fiesta de cumpleaños y la compra de los gorros para los invitados y una corona para la cumpleañera, nos surge la pregunta ¿Qué relación funcional pueden establecer niños de 6-7 años frente a estas variables? Para resolver esta interrogante planteamos la situación, en una entrevista semiestructurada, a 4 alumnos que cursan el primero de primaria e indagamos en las regularidades que descubrían y en cómo llegaban a generalizar. Todos los alumnos establecieron la relación funcional f(x)=x+1, argumentando que siempre había que comprar solo una corona para la cumpleañera y un gorro para cada uno de los invitados a la fiesta.

***Palabras clave*:** Pensamiento funcional, generalización, funciones.

Introducción

El *early algebra* es una propuesta curricular que nace en Estados Unidos a comienzos del siglo XX, en ella se plasman las directrices para bordar el álgebra dentro de las actividades cotidianas que desarrollan los niños en las aulas, el pensamiento funcional es uno de los enfoques del *early algebra* que centra su estudio en las funciones como contenido matemático, en las relaciones que los alumnos logran establecer entre dos o más conjuntos que varían. Este trabajo es parte de una investigación más amplia que aborda el pensamiento algebraico en primaria e infantil desarrollado y financiado por el gobierno de España.

Las primeras investigaciones que se realizaron bajo el marco del *early algebra*, se centraron en primaria, desde los cursos más grandes (5° y 6° de primaria) para luego ir avanzando a cursos más pequeños (infantil). Estas publicaciones se centran en diferentes aspectos del álgebra, por ejemplo, en las representaciones que utilizan los alumnos para establecer la relación, la generalización, las estrategias y las estructuras que identifican al resolver determinadas tareas.

Al analizar el curriculum español, recién en las nuevas bases curriculares que se implementarán el próximo curso escolar (2022-2023) podemos observar que se incluye el pensamiento algebraico como un contenido en primaria (MECD, 2022). Hasta el año pasado, el álgebra era un contenido que se trabajaba desde 1° de secundaria con alumnos de aproximadamente 12 años.

El objetivo de este trabajo es "identificar y describir las estrategias utilizadas por alumnos de 1° de primaria al generalizar una tarea que involucra la función f(x)=x+1".

Antecedentes y marco conceptual

En las últimas décadas, las investigaciones en torno a cómo introducir el álgebra a los niños han tenido mucha relevancia. Desde qué edad comenzar y cómo, han sido dos ejes relevantes de los debates en la comunidad investigadora. La propuesta del early algebra, que ha ganado peso en los últimos años, apuesta por establecer actividades que promuevan el desarrollo de un pensamiento algebraico desde las primeras edades, en contra de otras propuestas que reivindican la introducción del álgebra de secundaria en edades anteriores (Cañadas y Molina, 2016).

Uno de los enfoques del *early algebra* es el pensamiento funcional. Cañadas y Molina (2016), describen el pensamiento funcional como un proceso cognitivo que forma parte del pensamiento algebraico basado en la construcción, descripción, representación y razonamiento con y sobre las funciones y los elementos que las constituyen (p. 211).

Ahora, entenderemos por función la relación de dependencia entre dos elementos, uno del conjunto de partida (variable independiente) y el otro del conjunto de llegada (variable dependiente), la definición de función inversa cambia la dependencia de esas variables. En términos prácticos para nuestra investigación, necesitamos que los niños establezcan alguna estrategia para determinar la variable independiente dada la dependiente.

En cuanto a las estrategias, estas son definidas como las diferentes formas o caminos que el alumno utiliza para resolver el problema; en esta investigación nos basamos en la relación funcional inversa que los alumnos establecen entre las variables involucradas. Establecer una estrategia válida o adecuada, llevará a los alumnos a dar una respuesta correcta.

Investigaciones como la de Cañadas, Brizuelas y Blanton (2016), trabajan el desarrollo del pensamiento funcional en niños de 7 años, con un experimento de enseñanza que utiliza la función y=2x; algunas de las estrategias exitosas utilizadas por los alumnos, son el ir contando de 2 en 2, o bien, sumar dos veces la cantidad para encontrar el valor solicitado.

En los últimos años se han publicado diferentes trabajos sobre pensamiento funcional con niños pequeños en España. Castro, Cañadas y Molina (2017) trabajaron con niños de último curso de infantil (5 y 6 años) los cuales establecieron las relaciones funcionales y=x, y=2x e y=x+1, las estrategias utilizadas por los alumnos fueron, específicamente en el caso de y=2, el sumar de 2 en 2 y el sumar dos veces la misma cantidad, lo que es concordante con la investigación anterior, pero en niños más pequeños (Cañadas et al, 2016)

Morales, Cañadas, Brizuela y Gómez (2018) diseñaron un experimento de enseñanza en el que detallan las relaciones funcionales que establece un grupo de niños de 6 y 7 años, en la función f(x)=x+5 las estrategias que el autor describe son: (a) respuesta directa, sin explicación alguna, (b) conteo total de los elementos, (c) operatoria, para encontrar el valor solicitado y (d) generaliza la expresión para un número indeterminado de elementos.

Otra investigación que trabaja las estrategias que los niños utilizan para establecer relaciones funcionales es Fuentes (2015), en la que se detalla la función f(x)=3x, donde un tercio de los alumnos logra generalizar la función, utilizando diversas estrategias como contar de 3 en 3, hacer grupos de 3 elementos, u organizar filas de 3 elementos. También en Cañadas y Fuentes (2015) podemos encontrar el análisis de la función f(x)=5x, y aunque a medida que la función es más compleja o contiene números más grandes, un cuarto de los alumnos logra establecer la relación funcional de forma correcta; aquí las estrategias que los llevan a una solución correcta, involucran hasta el uso de símbolos (5+5+5+5...), además de formación de grupos o filas con 5 elementos.

Las funciones de la forma f(x)=x+k, siendo k una constante, son escasas y sobre todo con niños menores de 7 años. Aportamos a esta línea de investigación con la descripción de estrategias para la función y su inversa.

Metodología

Esta investigación es de carácter descriptivo, según Hernández, Fernández y Baptista (2010). Es de carácter descriptivo porque solo pretendemos describir lo que los alumnos son capaces de hacer frente a una tarea determinada.

Este apartado forma parte de un trabajo más amplio, donde 32 alumnos de primero de primaria con edades comprendidas entre los 6 y 7 años (Fuentes, 2014), trabajaron sobre un cuestionario escrito que incluía una tarea de generalización, que involucraba una función directa. En un contexto de una fiesta de cumpleaños…

Se realiza una entrevista semiestructurada a 4 de estos 32 alumnos, son escogidos intencionalmente por las respuestas entregadas en la prueba escrita, ya sea porque está todo correcto o porque sus estrategias los llevaron a establecer relaciones funcionales adecuadas a las tareas propuestas.

Como primera tarea se les pedía establecer cuántos gorros eran necesarios si había cierta cantidad de niños ($f(x)=x$), la segunda tarea consistía en establecer el número de piruletas (dulces) que era necesario comprar, sabiendo que a cada niño se le debía dar 3 piruletas ($f(x)=3x$) y por último se les pedía que establecieran cuántos globos eran necesarios, sabiendo que a cada niño se le daría 5 globos ($f(x)=5x$). Se les presentó la información de forma tabular, al principio los datos eran correlativos (1, 2, 3, 4 y 5 niños) y luego no correlativos, se les preguntaba por 8, 10 y 20 niños y por ultimo para verificar si lograban generalizar, se les pedían los elementos para 100 niños y una breve explicación de su decisión.

La entrevista tuvo dos partes: (a) análisis de las respuestas dadas por el niño al cuestionario y (b) nuevas tareas de funcionalidad entre variables, función inversa, incluir un término independiente y relación entre varias variables. En la primera parte de la entrevista planteamos preguntas sobre las respuestas dadas al cuestionario, del estilo “¿qué hiciste?”, “¿cómo lo hiciste?”, “¿cómo lo pensaste?” o “¿cómo se lo explicaríamos a la mamá de Lola?”. Los alumnos también contaron con fichas (material manipulativo) que podían utilizar si así lo requerían.

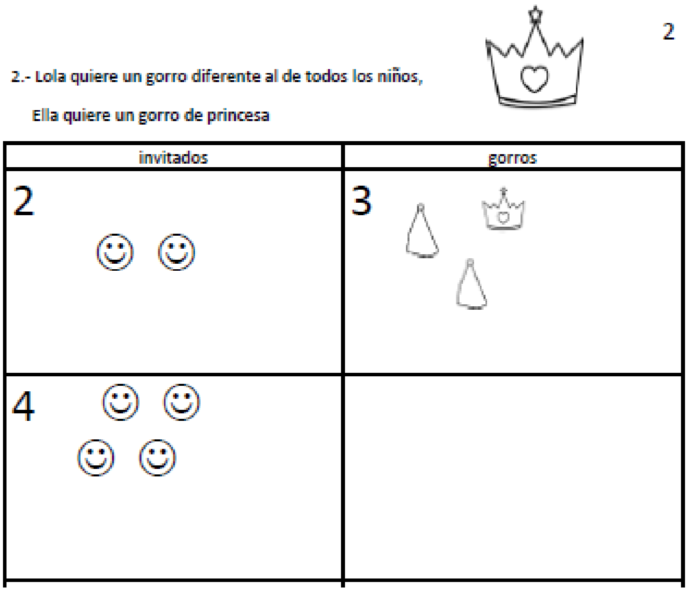
En la segunda parte de la entrevista planteamos a los alumnos tareas que involucraban a las funciones inversas a las propuestas en la prueba escrita ($f^{-1}(x)=x$, $f^{-1}(x)=x/3$, $f^{-1}(x)=x/5$), la inclusión de un término independiente ($f(x)=x+1$) y la relación entre varias variables.

De la entrevista semiestructurada, para el caso de este reporte de investigación, describiremos la tarea de incorporación de un término independiente; las entrevistas tuvieron una duración de entre 25 a 35 minutos por cada alumno.

En la figura 1 se muestra la Tarea 2 propuesta a los alumnos.

Figura 1.

Tarea 2: Incorporación de un término independiente



Tarea 2: Lola quiere un gorro diferente al de los invitados, ella quiere una corona de princesa. La función involucrada es $f(x)=x+1$, siendo x el número de invitados y $f(x)$ el número de gorros que hay que comprar en total. Se les da como ejemplo que si hay 2 niños invitados a la fiesta, se deben comprar 3 gorros y se les pregunta por 4, 9 y 12 invitados.

Análisis de datos y resultados

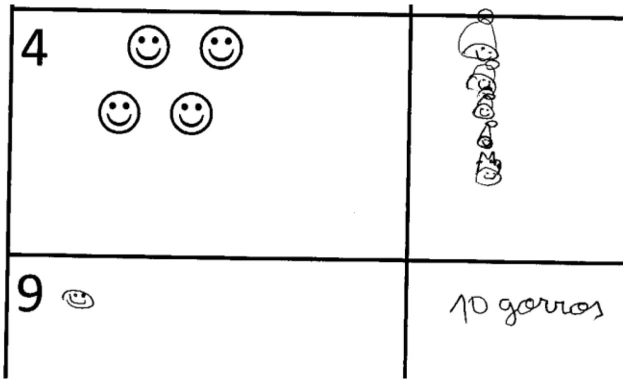
Mostraremos algunas estrategias y representaciones utilizadas por los alumnos al resolver la tarea propuesta y la verbalización de la generalización que logran establecer.

Entrevista alumno 7

La incorporación de un término independiente no tuvo mayor dificultad para el alumno ya que estableció que “Por cada invitado un gorro y además el gorro de Lola”, utilizó dibujos solo en el primer caso para 4 niños, para 9 y 12 invitados, escribió directamente el sucesor del número, se le pregunta por 100 y 1000 y contestó correctamente. En la figura 2 podemos ver cuál fue la respuesta entregada por el alumno, para 4 invitados se observa que dibuja las caras con sus gorros y corona, en cambio para 9 nos escribe cuantos son los gorros necesarios.

Figura 2.

Resolución de tarea 2, Alumno 7

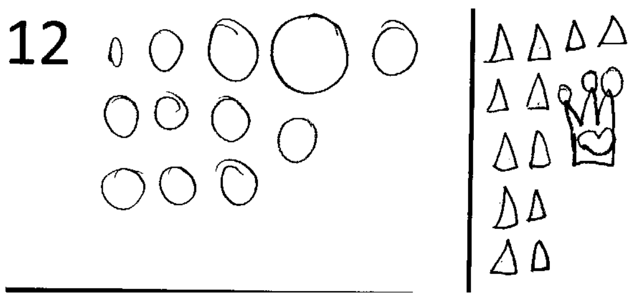


Entrevista alumno 12

En la incorporación de un término independiente el alumno resolvió las actividades propuestas sin mayor dificultad y descubrió la relación número de invitados "…y la corona". En la figura 3, se presenta la solución entregada por el alumno cuando hay 12 invitados, observamos que dibuja 12 círculos que representan a los invitados y luego 12 triángulos que representan a los gorros de los invitados y la corona de la festejada.

Figura 3.

Resolución de tarea 2, Alumno 12

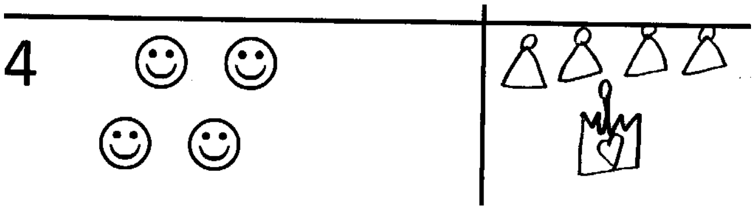


Entrevista alumno 15

La incorporación de un término independiente no representó mayor dificultad en este alumno, encontrando la relación funcional n+1 “con la corona es uno más” y completando todos los apartados propuestos de forma correcta. En la figura 4, observamos que el alumno dibuja en una fila los 4 gorros necesarios para los invitados y en la siguiente la corona.

Figura 4.

Resolución de tarea 2, Alumno 15

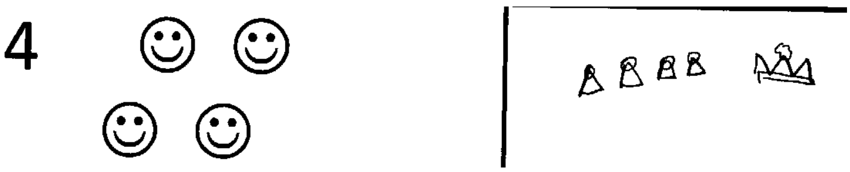


Entrevista alumno 27

La incorporación de un término independiente no le complicó en lo absoluto y respondió sin error el número de gorros y coronas que se necesitan, no estableció una relación clara de funcionalidad, pero si responde al número de invitados “…y una corona”. A continuación observamos que el alumno dibuja en la misma fila los 4 gorros y la corona (figura 5), lo cual da solución a la tarea planteada.

Figura 5.

Resolución de tarea 2, Alumno 27



Conclusiones

Nuestro objetivo era describir las estrategias que alumnos de primero de primaria utilizaban para generalizar una tarea funcional, lo cual se logró sin mayor dificultad.

Los alumnos incorporaron la corona de la festejada como un elemento constante en la compra de los gorros, dando explicaciones como "uno más" o "y la corona de Lola", lo que solucionaba la tarea de funcionalidad de forma correcta.

Las representaciones en su mayoría fueron pictóricas, ya que representaban con dibujos la solución de la tarea, y la entrevistadora los lleva a que verbalicen lo que hacen en los folios.

Al comparar esta investigación con otras similares, llegamos a las mismas conclusiones, los niños son capaces de establecer relaciones funcionales que involucran la incorporación de un término independiente sin mayores inconvenientes.

El contexto cotidiano y cercano ayuda a que los alumnos se identifiquen con la situación problemática y traten de solucionarla.

Referencias

Cañadas, M. C. Brizuelas, B. & Blanton, M. (2016). Second graders articulating ideas about linear functional relationships. *The Journal of Mathematical Behavior 41*, 87-103.

Cañadas, M. C. & Fuentes, S. (2015). Pensamiento funcional de estudiantes de primero de educación primaria: Un estudio exploratorio. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (211-220). Alicante: SEIEM.

Cañadas, M. C. & Molina, M. (2016). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. En E. Castro, E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruíz y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Luis Rico* (pp. 209-218). Comares.

Castro, E., Cañadas, M. C. & Molina, M. (2017). Pensamiento funcional mostrado por estudiantes de Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, *6*(2), 1-13.

Fuentes, S. (2014). Pensamiento funcional de estudiantes de primero de educación primaria: un estudio exploratorio. Trabajo Fin de Máster. Universidad de Granada, España. Disponible en http://funes.uniandes.edu.co/6263/.

Fuentes, S. (2015). Pensamiento funcional en edades tempranas. Un estudio exploratorio. En C. Vásquez, H. Rivas, N. Pincheira, F. Rojas, H. Solar, E. Chandia y M. Parraguez (Eds.), *Jornadas Nacionales de Educación Matemática XIX* (pp. 562-566). Villarrica: SOCHIEM.

Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, M. (2010). *Metodología de la investigación*, 5ª edición. México DF. McGraw Hill.

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2022), Real Decreto 157/2022, de 01 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. *BOE, 56*, 24386-24504

Morales, R., Cañadas, M. C., Brizuela, B. M. & Gómez, P. (2018). Relaciones funcionales y estrategias de alumnos de primero de educación primaria en un contexto funcional. *Enseñanza de las Ciencias*, *36*(3), 59-78.