FUNCIONES F(X)=3X Y F(X)=5X EN PRIMERO DE PRIMARIA: ESTRATEGIAS Y REPRESENTACIONES UTILIZADAS POR ALUMNOS

Functions f(x)=3x y f(x)=5x in first grade of primary school: strategies and representations used by students

Fuentes, S. y Cañadas, M. C.

Universidad de Granada, España

Resumen

En este trabajo describimos las estrategias y representaciones utilizadas por alumnos de primero de primaria, cuando resuelven dos tareas que involucran funciones lineales (f(x)=3x y f(x)=5x). Diseñamos e implementamos estas tareas de generalización contextualizadas a 32 alumnos del mencionado curso. Las estrategias más empleadas por los estudiantes fueron respuesta directa y conteo de dibujos, cambiando la mayoría de los alumnos del conteo a la respuesta directa conforme aumenta el tamaño de los casos particulares. Algunos alumnos usan espontáneamente la agrupación. Los alumnos emplearon las representaciones pictórica, simbólica y verbal. Las representaciones predominantes fueron la pictórica, en la tarea de f(x)=3x, y la simbólica en la de f(x)=5x. La representación verbal destacó en el apartado de x=100. También comparamos algunos resultados relativos al trabajo de los alumnos en ambas tareas.

Palabras clave: *pensamiento funcional, funciones lineales, estrategias de resolución y representaciones*

Abstract

In this paper we describe the strategies and the representations used by first graders, when solving two tasks involving lineal functions (f(x)=3x y f(x)=5x). We designed and implemented these generalization contextualized tasks to 32 students of the aforementioned grade. The most frequent strategies were the direct response and the drawing counting, changing most of the student from counting to direct response when the size of particular cases increased. Some students used the grouping strategy spontaneously. The students used the pictorial, symbolic and verbal representations. The predominant representations were the pictorial in the tasks about f(x)=3x, and the symbolic in the task about f(x)=5x. The verbal representation stood out among the others in the item about x=100. We also compare some results concerning the students' work in both tasks.

Keywords: *functional thinking, resolving strategies, lineal functions and representations*

INTRODUCCION

El pensamiento funcional, que es parte de la propuesta curricular del *early algebra*, utiliza la función lineal como protagonista. Las funciones que contienen estructuras multiplicativas (f(x)=mx), pueden ser abordadas por niños desde temprana edad, incluso desde infantil, con la utilización de series numéricas o de estructuras aditivas, de esta manera, las estructuras multiplicativas aparecen de forma intuitiva, por la necesidad de resolver una tarea desafiante para el alumno. Al incorporar este tipo de actividades en el aula regularmente, las dificultades que genera la enseñanza de la multiplicación o la introducción al álgebra, resultan menores, cuando corresponden curricularmente.

A nivel internacional, el *early algebra* se está incorporando cada vez más en las propuestas curriculares y de actividades de diferentes países. En España, donde se desarrolla esta investigación,

Fuentes, S. y Cañadas, M. C. (2021). Funciones $f(x) = 3x$ y $f(x) = 5x$ en primero de primaria: estrategias y representaciones utilizadas por alumnos. En Diago, P. D., Yáñez D. F., González-Astudillo, M. T. y Carrillo, D. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 269 – 277). Valencia: SEIEM.

podemos encontrar en el currículo de primaria, algunos indicios de pensamiento algebraico y funcional, los cuales deben ser abordados por los maestros en este ciclo. Aunque, es en 3° de primaria (8 años) donde se trabaja con las estructuras multiplicativas, estas no son abordadas desde el enfoque funcional, es en 1° de educación secundaria (12 años) donde se establece el eje de álgebra formalmente (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2014).

El objetivo de investigación de este trabajo es describir las estrategias y representaciones que utilizan alumnos de 1° de primaria (6-7 años) en tareas de generalización que involucran dos funciones de estructura multiplicativa: $f(x)=3x$ y $f(x)=5x$.

ANTECEDENTES Y MARCO CONCEPTUAL

Desde hace dos décadas, se investiga en torno a la introducción del álgebra antes de los estudios formales. Los investigadores se enfocan en dos ejes primordiales, la edad de los alumnos y las actividades que se deben proponer para que estas nociones emerjan de forma intuitiva.

Son variadas las investigaciones que tienen por objetivo el pensamiento funcional en educación primaria, en ellas podemos encontrar trabajos que se centran en las estrategias, en las representaciones y en la generalización que logran al resolver ciertas tareas propuestas (e.g. Cañadas y Fuentes, 2015; Morales, Cañadas, Brizuela y Gómez, 2018; Moss y London McNab, 2011).

El pensamiento funcional está definido por Cañadas y Molina (2016) como un proceso cognitivo que forma parte del pensamiento algebraico, basado en la construcción, descripción, representación y razonamiento con y sobre las funciones y los elementos que las constituyen (p. 211).

Encontramos variados autores que proponen la introducción de las operaciones a través de las funciones (Carraher, Schliemann, y Brizuela, 2005; Schliemann, Carraher y Brizuela, 2007). Por ejemplo, en Carraher, Martinez y Schliemann (2008), plantean situaciones donde se utiliza el álgebra como una matemática generalizada y como un estudio de las relaciones funcionales que hay entre ellas, creando un enfoque que unifica ambos criterios, mirando las operaciones matemáticas de manera funcional.

Ivars y Fernández (2016) dan cuenta de la trayectoria de aprendizaje de las funciones de estructura multiplicativa en el transcurso de la educación primaria. En los primeros niveles, los alumnos utilizan la estructura aditiva y solucionan de forma correcta las problemáticas planteadas. En cursos superiores, cambian a una estructura multiplicativa y aparecen errores al utilizar el algoritmo de la multiplicación.

Las estrategias en la resolución de problemas son las diferentes formas y caminos para alcanzar la solución. Rico (1997) las define como las formas de actuación de los alumnos frente a una tarea matemática. En Castro, Cañadas y Molina (2017) trabajaron con alumnos de último curso de infantil (5 y 6 años) usando las funciones $y=x$, $y=2x$ e $y=x+1$. Las estrategias utilizadas por los alumnos fueron, específicamente en el caso de $y=2x$, sumar de 2 en 2 y sumar dos veces la misma cantidad, lo que coincide con una investigación anterior de los mismos autores, solo que con alumnos un curso más pequeños. Aquí la estructura multiplicativa de la función $f(x)=2x$ fue abordada por los alumnos como una estructura aditiva.

Merino, Cañadas y Molina (2013), trabajan con alumnos de 5° de primaria en una tarea de generalización a través de un ejemplo genérico donde debían ubicar a personas en una hilera de mesas (3 mesas, 8 personas). Las estrategias utilizadas por los alumnos para generalizar el proceso, fue Mx2+2, M+M+2, M+M+1+1, M+8, Mx4 (con M número de mesas), se concluye que se presentan diversos tipos de representaciones, que logran generalizar y que a través de las producciones escritas se evidencia la utilización de pensamiento funcional en los alumnos.

Torres, Cañadas y Moreno (2019) trabajaron con alumnos de 2° de primaria. Se evidenciaron una gran cantidad de estructuras relacionadas con las funciones f(x)=2x y f(x)=x+3. Los diferentes contextos utilizados influyeron en la cantidad de estructuras que los alumnos establecieron. Pinto y Cañadas (2017) compararon las estructuras que alumnos de 3° y 5° de primaria evidenciaron en la misma tarea. Los alumnos de 3º utilizaron una mayor variedad de estructuras aditivas y multiplicativas, aunque tendieron a trabajar con elementos concretos y no generalizaron. Los alumnos de 5º sí generalizaron y las estructuras fueron multiplicativas.

Las representaciones en la literatura presentan diferentes definiciones (e.g. Rico, 2009; Cañadas y Figueiras, 2011), pero todos coinciden en que una representación nos ayuda a establecer relaciones matemáticas y que diferentes representaciones destacan características específicas del contenido. El pensamiento funcional, tiene asociado una serie de representaciones, (a) pictórico, (b) simbólico, (c) verbal, (d) tabular. En los primeros años de escolarización, los alumnos tienden a utilizar la representación pictórica, aunque con instrucción, pueden hacer el transito a las otras representaciones.

METODOLOGIA

Esta investigación es de carácter descriptivo, por la naturaleza misma del objetivo de investigación (Hernández, Fernández y Baptista, 2010).

En esta investigación trabajamos con 32 alumnos de primero de primaria, con edades comprendidas entre los 6 y 7 años, de un centro concertado de la ciudad de Granada. La mitad del grupo se estaba iniciando en la lecto escritura.

Varios investigadores del proyecto en el que se enmarca este trabajo, diseñamos e implementamos un cuestionario escrito con tres tareas de generalización que involucraban funciones lineales, las cuales se enmarcaban en un contexto sobre una fiesta de cumpleaños (Fuentes, 2014). Desde el punto de vista matemático, los alumnos no habían trabajado tareas de este tipo antes, ni con patrones numéricos o algebraicos, ya que no corresponde a los contenidos del curso. Destacamos que en educación infantil habían trabajado con patrones figurales y conteo de 1 en 1, de 2 en 2. La aplicación de la prueba tuvo una duración de 1,5 hrs. Comenzamos cada tarea con la introducción del contexto y del problema, incluyendo el trabajo con uno o más pares de valores de las variables (x,y).

Las tareas surgen de nuestra revisión de antecedentes y tras una adaptación a nuestro contexto investigador, los conocimientos previos de los alumnos y nuestro objetivo de investigación. Cada tarea involucraba una función con dos variables, la variable independiente (número de niños) es la misma para todas las tareas. Los valores utilizados en la variable independiente fueron 1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 20 y 100, los primeros 5 números son consecutivos para que el alumno encuentre una relación entre las variables y los 3 siguientes son no consecutivos, para que abstraiga la relación y el último es un caso particular lejano, según su ámbito numérico, para lograr la generalización. En cada tarea se les entrega a los alumnos el valor de la unidad. La variable dependiente fue número de gorros, número de piruletas y número de globos para cada tarea, respectivamente.

Tarea 1: Relación entre el número de niños y número de gorros necesarios para la fiesta de cumpleaños. Se les da explícita la relación 1 niño - 1 gorro (f(x)=x) y se les pregunta por otros valores: x = 2, 3, 4, 5, 8, 10, 20 y 100.

Tarea 2: Relación entre el número de niños y el número de piruletas necesarios para la fiesta de cumpleaños. Se les da escrita la relación 1 niño - 3 piruletas (f(x)=3x) y se construye con todo el curso la relación 2 niños - 6 piruletas, quedando como apartados de esta tarea preguntas para los valores x = 3, 4, 5, 8, 10, 20 y 100 niños.

Tarea 3: Relación entre el número de niños y el número de globos necesarios para la fiesta de cumpleaños. Se les da escrita la relación 1 niño - 5 globos ($f(x)=5x$) y se construye con todo el curso la relación 2 niños - 10 globos, quedando como apartados de esta tarea los valores para 3, 4, 5, 8, 10, 20 y 100 niños.

La recogida de datos se llevó a cabo en el aula habitual de los alumnos y asistimos las dos autoras de este trabajo, con los principales objetivos de introducir las tareas y solventar dudas que pudieran surgir durante la resolución del cuestionario.

La tarea 1 sirvió como primera toma de contacto, tanto con el equipo de investigación como con el tipo de tareas que trabajaríamos con ellos. Esta tarea no presentó mayores dificultades a los alumnos y llegaron a generalizar. La mayoría de los estudiantes usaron el conteo de dibujos y por ende la representación más utilizada fue la pictórica.

En este documento, describimos el trabajo realizado por los estudiantes en las tareas 2 y 3. Utilizamos las categorías de análisis de Fuentes (2014). En cuanto a los valores de la categoría estrategias, utilizamos las que emergieron del análisis de las pruebas escritas: (a) respuesta directa, (b) conteo de dibujos, (c) asociación de elementos en grupos, (d) cambia el número de niños de la relación, (e) otra estrategia, en la tabla 1 se detalla cada una de estas categorías y se ejemplifica con la producción escrita de un alumno. La categoría representación no es excluyente, ya que los alumnos podían dar una respuesta directa (simbólico) y también hacer dibujos (pictórico), en cambio la categoría de estrategias es excluyente, ya que la respuesta del alumno podía corresponder a una única estrategia.

ANALISIS DE DATOS, RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Describiremos, independientemente, las estrategias y las representaciones que siguen los alumnos al resolver las tareas propuestas. Para hacer referencia a un alumno utilizaremos la letra A acompañada de la respectiva posición de su prueba escrita en el archivo. Cada tarea se compone de siete apartados etiquetados de la A a la G, para los respectivos valores de x (3, 4, 5, 8, 10, 20 y 100), que representan los niños asistentes a la fiesta de cumpleaños.

Estrategias

Presentamos las estrategias empleadas por los alumnos en la resolución de las tareas 2 y 3, junto con su descripción, en la tabla 1. Observamos conteo de dibujos, respuesta directa, asociación de elementos en grupos, cambiar el número de niños en la relación dada y otras estrategias diferentes de las anteriores. Acompañamos cada estrategia con un ejemplo de la respuesta dada por un estudiante a una de esas dos tareas.

Tabla 1. Estrategias y ejemplos en respuestas de los alumnos

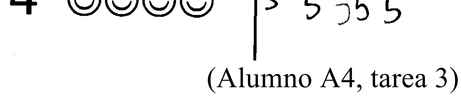
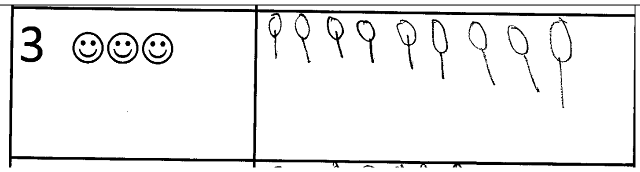
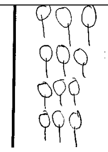
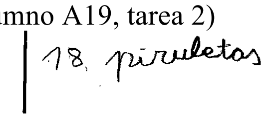
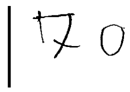
Descripción de la categoría estrategias	Producciones escritas de los alumnos
(a) Respuesta directa. Un número, una expresión aritmética o una secuencia numérica por respuesta.	 (Alumno A4, tarea 3)
(b) Conteo de dibujos. Dibujo de los elementos que corresponden al apartado solicitado.	 (Alumno A2, tarea 2)

Tabla 1. Estrategias y ejemplos en respuestas de los alumnos

Descripción de la categoría estrategias	Producciones escritas de los alumnos
(c) Asociación de elementos en grupos. Ordenamiento de los elementos que necesita, filas, columna o grupos.	4 ☺☺☺☺  (Alumno A19, tarea 2)
(d) Cambia el número de niños de la relación. Continuación de la secuencia encontrada en los valores consecutivos, sin notar que los valores entregados ahora son no consecutivos	8 ☺  (Alumno A7, tarea 2)
(e) Otra estrategia. Respuestas que no tenían concordancia con los datos entregados en los enunciados	8  (Alumno A17, tarea 2)

Con base en las categorías antes descritas, presentamos un resumen del trabajo de los alumnos en la tabla 2. En cada celda recogemos el número de alumnos que utilizan cada estrategia en cada una de las tareas, diferenciadas por la función que involucra cada una. La cifra que aparece entre paréntesis es el número de alumnos que resolvieron con éxito la tarea.

Tabla 2. Estrategias utilizadas en y=3x e y=5x

Respuesta directa		Conteo de dibujos		Asociación en grupos		Cambia el número de niños de la relación		Otra estrategia	
y=3x	y=5x	y=3x	y=5x	y=3x	y=5x	y=3x	y=5x	y=3x	y=5x
				Apartado A (x=3)					
3 (1)	16 (4)	24 (10)	12 (5)	2 (2)	3 (3)	1	0	2	1
				Apartado B (x=4)					
4 (2)	15 (4)	22 (8)	10 (4)	2 (2)	4 (3)	2	2	2	1
				Apartado C (x=5)					
3 (1)	13 (3)	22 (4)	12 (0)	2 (2)	3 (3)	2	1	2	1
				Apartado D (x=8)					
4 (0)	13 (0)	18 (1)	12 (1)	1 (1)	3 (3)	5	2	2	1
				Apartado E (x=10)					
4 (0)	12 (0)	20 (2)	12 (1)	2 (1)	2 (2)	2	3	2	1
				Apartado F (x=20)					
6 (0)	11 (0)	18 (1)	11 (0)	0 (0)	2 (1)	3	3	1	1
				Apartado G (x=100)					
19 (0)	19 (0)	1 (0)	2 (0)	0 (0)	1 (1)	0	0	2	0

Observamos que, en los primeros casos particulares para la tarea 2 (y=3x), la estrategia empleada más frecuentemente fue el conteo de dibujos. En cambio, esta frecuencia va disminuyendo conforme el tamaño de los valores de la variable aumenta, en favor de un aumento de la respuesta directa. En la tarea 3 (y=5x) este cambio fue menos radical. Conjeturamos que esto puede deberse al aumento en la cantidad de dibujos que hay que realizar para obtener una respuesta. En la tarea 2 se hace tedioso para los alumnos de una forma más gradual, mientras que en la tarea 3 es mayor desde los primeros casos particulares que se les plantean. Además, ha podido haber aprendizaje durante su propio trabajo y esto hace que los alumnos se percataran de la posibilidad de hacerlo sin dibujar. En la función f(x)=5x se observa que aparecen expresiones aritméticas para dar solución a los apartados planteados, lo cual clasificamos en respuesta directa, por ejemplo: símbolos de suma o series de números 5. Para la respuesta directa y conteo de dibujos, se observa una disminución importante en el número de respuestas correctas conforme aumenta el tamaño de los casos particulares. Por tanto, se evidencia que no son estrategias adecuadas para trabajar con casos particulares grandes o generalizar.

El resto de estrategias las emplean una minoría de alumnos. Llama la atención la aparición de forma espontánea de la agrupación teniendo en cuenta que no habían tenido instrucción previa respecto al trabajo con la estructura multiplicativa. La mayoría de los alumnos que emplean esta estrategia les lleva a una respuesta adecuada en los apartados en los que la usan.

Observamos también, que hay algunos alumnos que establecen una estrategia y perseveran en ella, en el transcurso de todas las tareas y apartados. Por ejemplo, si organizaron la información en grupos, lo siguen haciendo durante todos los apartados. Encontramos a dos alumnos que, aunque entregaron un número por respuesta, los clasificamos en "otra estrategia" porque no había evidencia de dónde habían obtenido ese número.

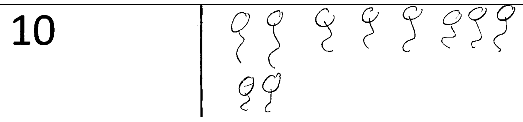
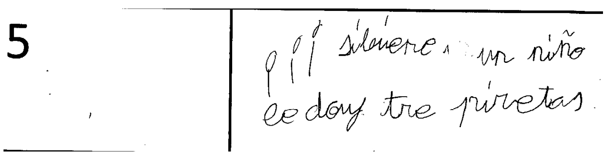
En general, en cuanto a la eficacia de las estrategias, vemos que va disminuyendo a medida que los valores son mayores o no consecutivos, y que el cambiar la función involucrada, no se observa mucha diferencia.

Representaciones

Presentamos las representaciones empleadas en la resolución de las tareas 2 y 3, junto con su descripción, en la tabla 3. Acompañamos cada representación con un ejemplo.

En la siguiente tabla (3), encontraremos la descripción de la categoría representaciones, junto a una respuesta entregada por un alumno. En primer lugar, destacamos el uso de las representaciones pictórica, simbólica y verbal.

Tabla 3. Representaciones y ejemplos en respuestas de los alumnos

Descripción de la categoría representaciones	Producciones escritas de los alumnos
(a) Pictórica. Presencia de dibujos	 (Alumnos A23, tarea 3)
(b) Simbólica. Números, operaciones o símbolos matemáticos	 (Alumno A32, tarea 3)
(c) Verbal. Expresiones escritas.	 (Alumno A30, tarea 2)

En la tabla 4 resumimos las representaciones empleadas por los estudiantes en las dos tareas y en los distintos apartados. En general, se aprecia que las representaciones pictórica y simbólica son las empleadas con mayor frecuencia. En la tarea que involucra la función f(x)=3x predominó la representación pictórica, mientras que en la otra tarea predominó la simbólica, salvo cuando los valores aumentaron, donde vuelve a predominar el simbolismo.

La frecuencia de la representación verbal en el apartado G es notable. Esto se puede explicar porque los motivamos a que con sus palabras expresaran el número de piruletas y globos necesarios para 100 niños. Los alumnos recurrieron más a esta representación porque además desconocían cómo escribir simbólicamente algunos números y no tenían herramientas para representarlos de otro modo.

Tabla 4. Representaciones utilizadas en f(x)=3x y f(x)=5x

Pictórica		Simbólica		Verbal	
f(x)=3x	f(x)=5x	f(x)=3x	f(x)=5x	f(x)=3x	f(x)=5x
		Apartado A (x=3)			
29	14	8	23	0	3
		Apartado B (x=4)			
29	14	8	23	0	3
		Apartado C (x=5)			
28	16	7	17	2	3
		Apartado D (x=8)			
25	16	8	17	1	3
		Apartado E (x=10)			
26	16	8	16	0	3
		Apartado F (x=20)			
24	14	6	15	1	4
		Apartado G (x=100)			
1	2	11	12	20	19

REFLEXIONES FINALES

En este trabajo describimos las estrategias y representaciones que usan alumnos de primero de educación primaria (6-7 años) cuando se encuentran por primera vez con problemas de generalización que involucran las funciones lineales, f(x)=3x y f(x)=5x. Esta investigación contribuye a la investigación sobre pensamiento funcional en primeras edades, desde la perspectiva de las estructuras multiplicativas que usan los alumnos.

Las estrategias que utilizan en la resolución de la tarea 1, en su mayoría, los alumnos trabajan con conteo de dibujos, mientras que, al cambiar de función, y por ende de tarea, la estrategia predominante ahora es la respuesta directa, con la utilización de símbolos aritméticos o series de números. En cuanto a las representaciones que usaron en la función f(x)=3x, el más utilizado es el pictórico, que coincide con la estrategia de conteo de dibujos. En cambio, en la función f(x)=5x utilizaron más la representación simbólica, lo cual concuerda con el aumento en la utilización de la estrategia respuesta directa. El último apartado de ambas tareas apuntaba a la generalización, la estrategia de respuesta directa es la predominante en este apartado, al igual que la representación verbal. Destacamos que los alumnos que trabajaron con la conformación de grupos lo siguen haciendo en todos los apartados y en ambas tareas. Los alumnos que no escribían fluidamente, utilizaron otro tipo de representaciones distintas a la verbal.

Nuestros resultados son similares a los encontrados en la literatura consultada para alumnos con edades entre 6 y 8 años (Castro et al, 2017; Ivars y Fernández, 2016), en cuanto a las estrategias utilizadas y a las representaciones elegidas.

Coincidimos con Torres, Cañadas y Moreno (2019), en la variedad de expresiones que los alumnos usaron al enfrentarse a una tarea de estas características y la riqueza de sus representaciones.

Un aporte de esta investigación es el vincular un cambio en las estrategias y las representaciones, a funciones lineales más complejas, cuando se evidencia en los alumnos la necesidad de trabajar con números más grandes. Somos conscientes que los resultados no son generalizables, por el tamaño e intencionalidad de nuestros sujetos.

Agradecimientos

Este trabajo se ha realizado como parte de los proyectos con referencias EDU2016-75771y PID2020-113601GB-I00, financiados por la Agencia Estatal de Investigación (AEI) de España y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (FEDER).

Referencias

Cañadas, M. C. y Figueiras, L. (2011). Uso de representaciones y generalización de la regla del producto. *Infancia y Aprendizaje, 34*(4), 409-425.

Cañadas, M. C. y Fuentes, S. (2015). Pensamiento funcional de estudiantes de primero de educación primaria: Un estudio exploratorio. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 211-220). Alicante: SEIEM.

Cañadas, M. C. y Molina, M. (2016). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. En E. Castro, E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruíz y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Luis Rico* (pp. 209-218). Granada, España: Comares.

Castro, E., Cañadas, M. C. y Molina, M. (2017). Pensamiento funcional mostrado por alumnos de Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, *6*(2), 1-13.

Carraher, D.W, Martinez, M. y Schliemann, A. (2008). Early algebra and mathematical generalization. *ZDM*. 40. 3-22. 10.1007/s11858-007-0067-7.

Carraher, D. W., Schliemann, A. D., y Brizuela, B. (2005). Treating operations as functions. En D. Carraher y R. Nemirovsky (Eds.), *Monographs of the journal for research in mathematics education*, XIII.

Fuentes, S. (2014). *Pensamiento funcional de alumnos de primero de educación primaria: un estudio exploratorio*. Trabajo Fin de Máster. Universidad de Granada, España. Disponible en http://funes.uniandes.edu.co/6263/

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2010). *Metodología de la investigación*, 5° edición. McGraw Hill.

Ivars, P y Fernández, C (2016). Problemas de estructura multiplicativa: Evolución de niveles de éxito y estrategias en estudiantes de 6 a 12 años. *Educación Matemática, vol. 28, núm. 1*, 9-38.

Merino, E., Cañadas, M. C. y Molina, M. (2013). Uso de representaciones y patrones por alumnos de quinto de educación primaria en una tarea de generalización. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 2*(1), 24-40.

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2014), Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la educación primaria.

Morales, R., Cañadas, M. C., Brizuela, B. M. y Gómez, P. (2018). Relaciones funcionales y estrategias de alumnos de primero de educación primaria en un contexto funcional. *Enseñanza de las Ciencias*, *36*(3), 59-78.

Moss, J. y London, McNab. (2011). En approach to geometric and numeric patterning that fosters second grade students' reasoning and generalizing about functions and co-variation. En J. Cai y E. Knuth (Eds.), *Early algebrization, advances in mathematics education*. Berlín, Alemania: Heidelberg.

Pinto, E. y Cañadas, M.C. (2017). Estructuras y generalización de estudiantes de tercero y quinto de primaria: un estudio comparativo. En J.M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M.L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 407-416). Zaragoza: SEIEM

Rico, L. (1997). Consideraciones sobre el currículo de matemáticas para educación secundaria, en L. Rico (coord.), *La Educación Matemática en la enseñanza secundaria* (15-38). Barcelona, España: Horsori.

Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en Educación Matemática. *PNA, 4*(1), 1-14.

Schliemann, A. D., Carraher, D. W., y Brizuela, B. M. (2007). Bringing out the algebraic character of arithmetic: from children's ideas to classroom practice. *Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates*.

Torres, M. D., Cañadas, M. C. y Moreno, A. (2019). Estructuras y representaciones de alumnos de 2º de primaria en una aproximación funcional del pensamiento algebraico. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 573-582). Valladolid: SEIEM.