



GUIA TEÓRICO PRÁCTICA
CUARTO MEDIO
FUNCIONES Y PROCESOS INFINITOS

GTP 02

Eje Temático: Algebra y Funciones

Nombre Estudiante:	Curso:	Fecha:
	4° A B C	12 05 2020

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE:

- Representar funciones de manera analítica (algebraica), usando tablas de valores y gráficamente.
- Reconocer tipos de Funciones Básicas (Continua, Crecientes, decrecientes, constantes)

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

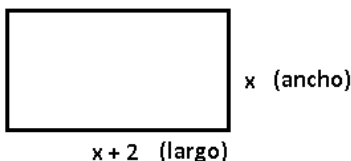
- Revisar Video tutoriales de los conceptos, procedimientos y ejemplos de los Objetivos planteados en plataforma Classroom.
- Leer guía Teórico y práctica para reforzar tus conocimientos y habilidades a través de los conceptos, procedimientos, ejemplos y prácticas propuestas.
- Resolver dudas con apoyo de tu(s)profesor(es) en Classroom.

REPRESENTACIÓN ANALÍTICA DE UNA FUNCIÓN

La expresión **analítica de una función** es una ecuación que relaciona la variable independiente (x) con la variable dependiente ($y=f(x)$).

Ejemplos:

Un rectángulo mide 2 cm más de largo que de ancho. Hallar su área y perímetro.



1) Para hallar de manera analítica su **área**, la expresión viene dada por:

$$\begin{aligned} \text{Area} &= \text{Largo} \cdot \text{ancho} \\ A(x) &= (x + 2) \cdot x \\ A(x) &= x^2 + 2x \end{aligned}$$

Expresión analítica de una función, que relaciona el ancho del rectángulo, con su área.

2) Para hallar de manera analítica su **perímetro**, la expresión viene dada por:

$$\text{Perímetro} = 2(\text{ancho}) + 2(\text{largo})$$

$$P(x) = 2(x) + 2(x + 2)$$

$$P(x) = 2x + 2x + 4$$

$$P(x) = 4x + 4$$

Expresión analítica de una función, que relaciona el ancho del rectángulo, con su perímetro.

Observación:

- 1) Relacionando este ejemplo con la clase anterior, el **dominio de la función** es $]0, +\infty[$ considerando que en la naturaleza del problema la variable independiente (ancho) no puede ser un número negativo o cero.

REPRESENTACIÓN TABLA DE VALORES

Consiste en realizar una tabla de valores, en la que se asignan valores para **x**, y se reemplaza dicho valor en la función dada, obteniéndose el valor para **y**.

Ejemplos:

Considerando los ejemplos anteriores:

	<i>x</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Área:	$x^2 + 2x$	0	3	8	15	24	35	48	63	80	99	120

	<i>x</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Perímetro:	$4x + 4$	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44

REPRESENTACIÓN GRÁFICA

Consiste en graficar los pares ordenados (x,y) en un plano cartesiano, dibujando la gráfica correspondiente.

Ejemplos:

Considerando los ejemplos anteriores:

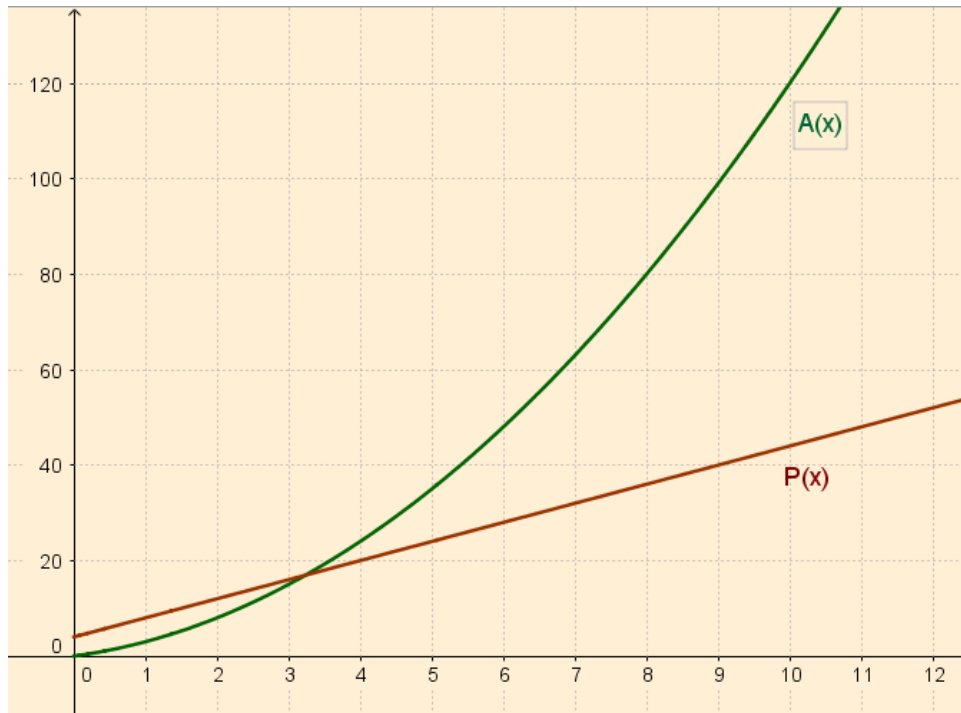
Los Pares ordenados (x,y) para el **Área** son:

$$A = \{(0,0), (1,3), (2, 8), (3, 15), \dots, (10, 120), \dots\}$$

Los Pares ordenados (x,y) para el **Perímetro** son:

$$P = \{(0,4), (1,8), (2, 12), (3, 16), \dots, (10, 44), \dots\}$$

Graficando en un mismo plano cartesiano, se observa:



Ejercicios:

1) En la cuenta de energía eléctrica se consigna un cargo fijo de \$ 641. Sabiendo que el cálculo de tarifas es un modelo lineal y que el valor del kWh es de \$ 118, ¿cuál es la función que permite calcular el costo **G** de **x** kWh?

- A) $G(x) = 641x$
- B) $G(x) = 641 + 118x$
- C) $G(x) = 118 + 641x$
- D) $G(x) = 118x$
- E) $G(x) = 118 - 641x$

2) Un plan telefónico mensual permite hablar hasta 6 horas pagando una cuota de \$ 10.500. Todo minuto extra tiene un costo de \$ a . Si x es el tiempo de llamadas en minutos, ¿cuál es la función que representa el costo mensual C para valores de x superiores al tiempo pactado?

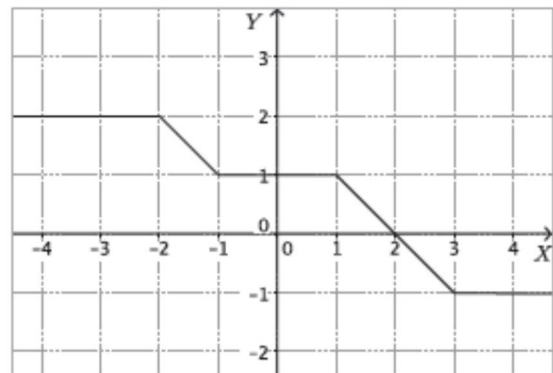
- A) $C(x) = ax - 10.500$
- B) $C(x) = ax + 10.500$
- C) $C(x) = a(x - 360) + 10.500$
- D) $C(x) = a(360 - x) + 10.500$
- E) $C(x) = a(x + 360) + 10.500$

3) El perímetro de un terreno rectangular es 240 metros. Si el largo mide x metros, entonces la función que representa el área del terreno es:

- A) $f(x) = (240 - x) \cdot x$
- B) $f(x) = (240 + x) \cdot x$
- C) $f(x) = (120 - x) \cdot x$
- D) $f(x) = (120 + x) \cdot x$
- E) $f(x) = (120 - x) \cdot 2x$

4) De acuerdo a la gráfica de la función f de la figura, ¿Cuál o cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?

- I. $f(-2) + f(2) = 0$
- II. $f(1) = f(-1)$
- III. $f(2) = f(-1) + f(3)$



- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

5) La temperatura inicial de un proceso químico es de 25°C y aumenta en $0,2^{\circ}\text{C}$ cada 1 minuto. ¿Cuál de las siguientes funciones relaciona la temperatura T del proceso con el tiempo t transcurrido desde que se inició el experimento?

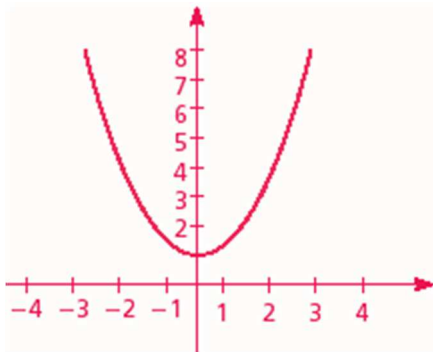
- A) $T(t) = 0,2t - 25$
- B) $T(t) = 25t + 0,2$
- C) $T(t) = t + 0,2 + 25$
- D) $T(t) = t + 25$
- E) $T(t) = 0,2t + 25$

Soluciones Ejemplos:

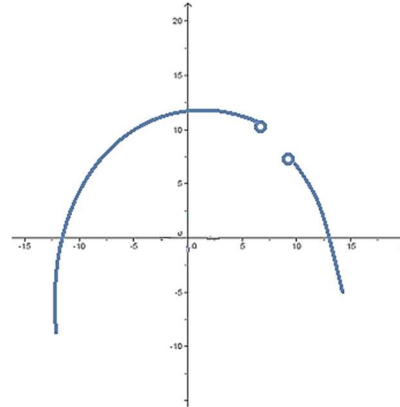
1) B	2) B	3) C	4) D	5) E
------	------	------	------	------

TIPOS DE FUNCIONES

Función Continua: Geométricamente es aquella que no presenta cortes en su gráfica. Si la función no es continua, se llama **discontinua**.



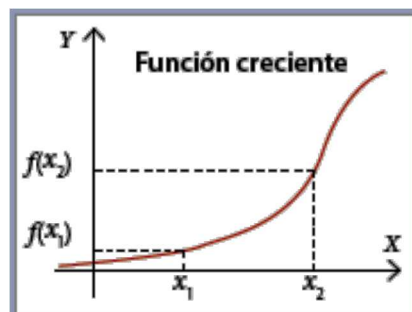
Ejemplo de función continua



Ejemplo de función discontinua

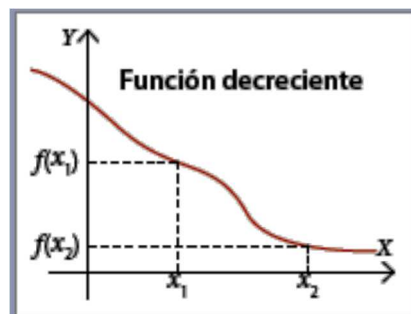
Función Creciente: Es aquella que al aumentar la variable independiente, también aumenta la variable dependiente.

Para todo x perteneciente al dominio de $f(x)$, **si $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) < f(x_2)$** .



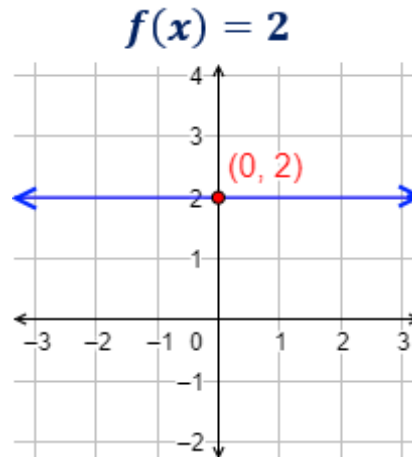
Función Decreciente: Es aquella que al aumentar la variable independiente, la variable dependiente disminuye.

Para todo x perteneciente al dominio de $f(x)$, **si $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) > f(x_2)$** .



Función Constante: Es aquella que para todo valor de la variable independiente la variable dependiente es la misma.

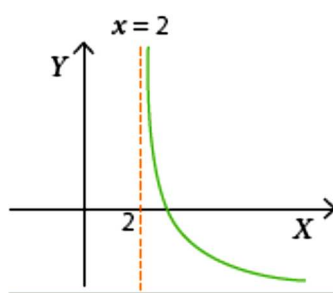
Para todo x perteneciente al dominio de $f(x)$, si $x_1 \neq x_2 \rightarrow f(x_1) = f(x_2)$.



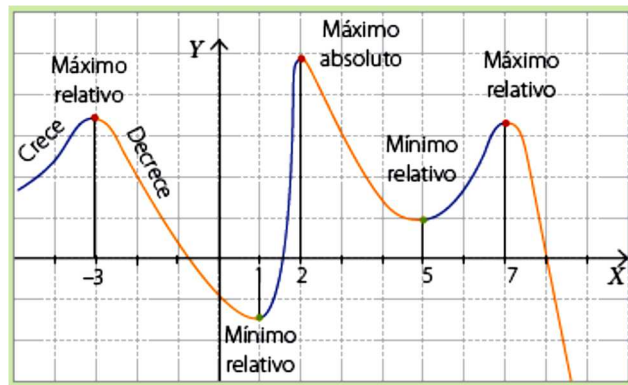
Observación:

La función constante siempre es paralela al eje x , y su ecuación es $f(x) = a$, donde " a " es un valor constante que representa la ordenada por donde pasa la recta. En el ejemplo, el valor de $a = 2$, ya que la recta pasa por el $y = 2$, por lo tanto, su ecuación es $f(x) = 2$ para todo su dominio.

Asíntota: La asíntota de una función es una recta a la que la gráfica de la función se acerca indefinidamente sin llegar a tocarla. Por ejemplo, la recta $x = 2$ es una asíntota vertical de la función cuya gráfica se muestra en la figura.



Otros Conceptos importantes a considerar:



En la gráfica, podemos observar que la función:

- 1) **"sube" o crece** para los valores de x que están en $]-\infty, -3[$, $]1, 2[$ y en $]5, 7[$.
- 2) **"baja" o decrece** para los valores de x que están en $]-3, 1[$, en $]2, 5[$ y en $]7, +\infty[$.

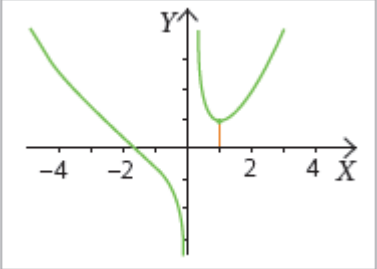
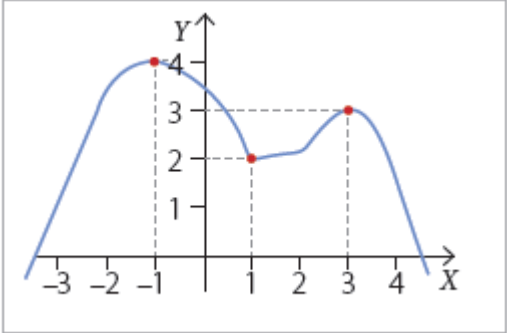
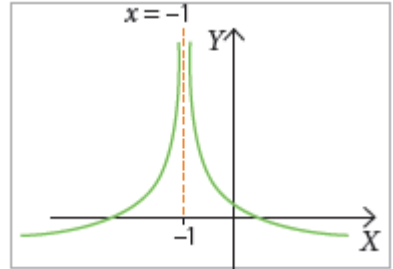
Además:

En los valores de x en que la función pasa de creciente a decreciente, se dice que hay un **máximo relativo**, siempre que la función esté definida. De manera similar, cuando la función pasa de decreciente a creciente, se dice que esos valores de x son un **mínimo relativo**. Y se dice que son **máximos o mínimos absolutos** cuando la $f(x)$ es el mayor o menor valor del recorrido, respectivamente.

Ejercicios:

Determina la continuidad de las funciones, e identifica para cuales valores de x cada función es creciente, para cuales es decreciente o constante. Además, identifica los mínimos y máximos absolutos y relativos si los hay. Identifica asíntotas si las hay. (Guíate por el ejemplo dado)

a.	La función es: - Continua - Creciente: $]-\infty, 0[$ y $]4, +\infty[$ - Decreciente: $]0, 4[$ - Máximo relativo: $(0, 4,3)$ aprox. - Mínimo relativo: $(4, 0)$ - No posee máximos ni mínimos absolutos - No posee asíntotas
-----------	--

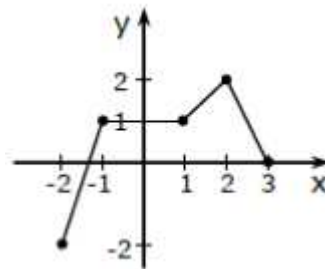
b. 	
c. 	
d. 	

Nota: Las soluciones las puedes enviar a tu profesor para revisión.

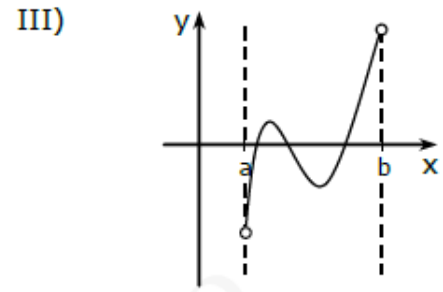
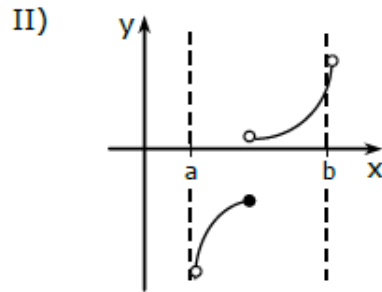
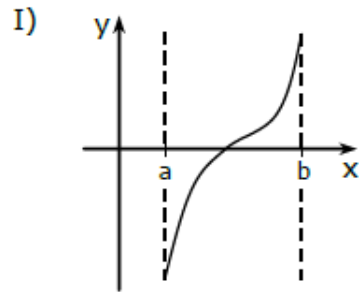
Ejercicios 2

01) Con respecto al gráfico de la función f de la figura adjunta, ¿cuál de las siguientes alternativas es **FALSA**?

- A) $f(-2) = -f(2)$
- B) $f(0) = f(0,5)$
- C) $f(1) > f(3)$
- D) f es creciente en el intervalo $[-2, 3]$.
- E) f es decreciente en el intervalo $[2, 3]$.



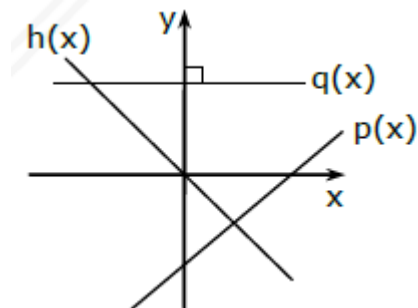
02) ¿Cuál(es) de las siguientes gráficas representa(n) una función continua en el intervalo $]a,b[$?



- A) Solo I
- B) Solo III
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

03) Con respecto al gráfico de la figura adjunta, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

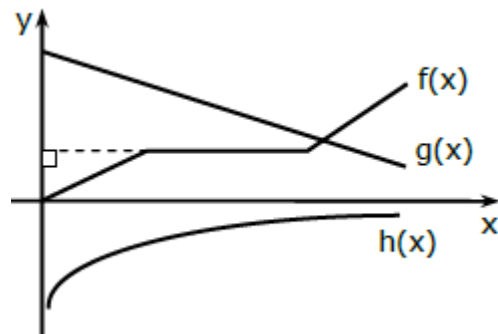
- I) $h(x)$ es decreciente.
- II) $p(x)$ es creciente.
- III) $q(x)$ es constante.



- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

04) Con respecto al gráfico de la figura adjunta, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

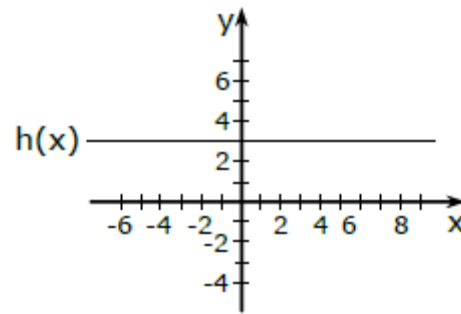
- I) $f(x)$ es creciente.
- II) $g(x)$ es decreciente.
- III) $h(x)$ es decreciente.



- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

05) Según la gráfica de la función h , de la figura, la **expresión analítica** que mejor la representa es:

- A) $h(y) = 3$
- B) $h(y) = 3 + y$
- C) $h(x) = x$
- D) $h(x) = 3$
- E) $h(x) = 3 + x$



06) Con respecto a los datos de la tabla adjunta, ¿cuál de las siguientes relaciones representa una función entre w y z ?

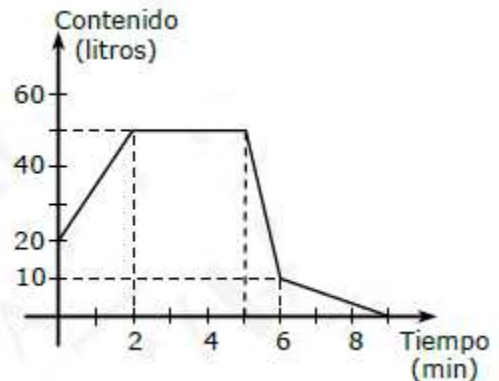
- A) $z = 1 - 2w$
- B) $z = w + 2$
- C) $w = 1 - 2z$
- D) $w = z + 4$
- E) $z = -1 - 2w$

z	w
-1	3
$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$
2	-3
1	-1

07) Un estanque posee un desagüe y una llave que sirve para llenarlo de agua. La función f que relaciona el tiempo de llenado y el contenido está representada en el gráfico de la figura adjunta. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

- I) El estanque tiene una capacidad de 50 litros.
- II) Entre los 2 y 5 minutos la llave se encuentra cerrada, luego se abre el desagüe y en un minuto se vacían 40 litros.
- III) El estanque se vacía en 4 minutos.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y II
- D) Solo II y III
- E) I, II y III



Soluciones ejercicios 2

1) D	2) C	3) E	4) B	5) D	6) C	7) D
------	------	------	------	------	------	------