Profesora Hiromi Ávila Pino

Guía de Teórica-Práctica. FUNCIONES

Nombre:.. 8°A Semana 5 a 23 de octubre

Entrega: 19 a 23 de octubre

Objetivo: Mostrar que comprenden la noción de función por medio de un cambio lineal, estableciendo reglas entre las variables *x* e *y* y representándolas de manera gráfica

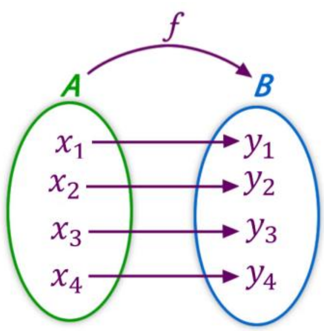
FUNCIONES

Una función (f) es una relación entre dos conjuntos en la que a cada elemento del primer conjunto le corresponde un único elemento del segundo conjunto.

Se llama **dominio de la función *f* (** Dom(*f*) **)** al conjunto de valores que puede tomar la variable ***x***, es decir, el conjunto de las preimágenes.

Se llama **recorrido de la función *f* (** Rec(*f*) **)** al conjunto de las imágenes ***y***, es decir, todos los valores que resultan al reemplazar los valores del dominio en la función f

Ejemplo



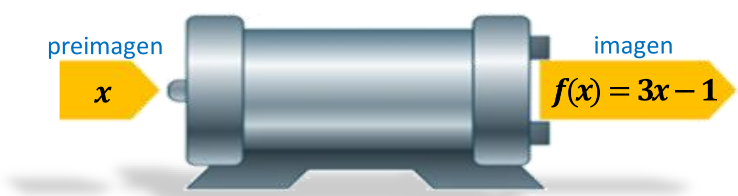
Esta función ***f*** se nombra "$f\colon A \to B$" y se lee "*función f de A en B*"

Al conjunto **A** se le llama Conjunto de Partida y al conjunto **B** Conjunto de Llegada

El dominio de la función se nombra $\mathrm{Dom}(f) = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ y son todos los elementos del conjunto A que se relacionan con elementos del conjunto B. A los elementos del conjunto de partida x_1, x_2, x_3, x_4 se les llama preimagen de la función.

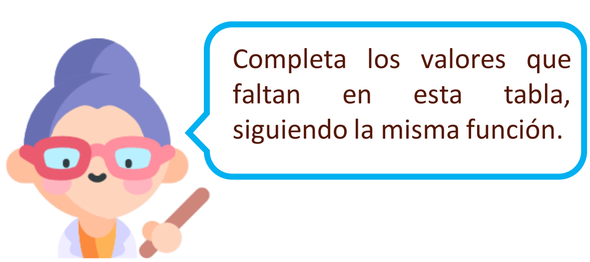
El recorrido de la función se nombra $\mathrm{Rec}(f) = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$ y son todos los elementos del conjunto B que se relacionan con elementos del conjunto A. A los elementos del conjunto de llegada y_1, y_2, y_3, y_4 se les llama imagen de la función.

Podemos definir las funciones para un conjunto de partida, de modo que a partir de él podemos encontrar el conjunto de llegada. Es por esto que se suele decir que las funciones son una "máquina" donde ingresa un número que finalmente se convierte en otro. Por ejemplo, en la siguiente imagen, cada número que ingresa a la máquina se triplica y luego se le resta una unidad.



x	*f* (x) = 3 x – 1
1	3 · 1 – 1 = 2
0	3 · 0 – 1 = -1
-6	3 · -6 – 1 = -19
1,2	3 · 1,2 – 1 = 2,6

Así, cuando entra a la función el número 1, sale el número 2; cuando entra el 0, sale -1; si entra -6, sale el -19 y cuando entra el número 1,2, sale el 2,6. Matemáticamente, podemos escribir esto así: ***f*(1)=2, *f*(0)=-1, *f*(-6)=-19** y ***f*(1,2)=2,6**.



x	*f* (x) = 3 x – 1	*f* (x) =
-5		*f*(-5)=
3,5		*f*(3,5)=
-10		*f*(-10)=
0,1		*f*(0,1)=

Las funciones nos permiten describir matemáticamente fenómenos de contextos diversos y de la vida real. A continuación veremos algunos casos que podemos representar con una función:

Un número natural y su opuesto aditivo.

$f(x) = -x$

x	*f* (x) = -x	*f* (x) = y
4	-4	*f*(4) = -4
8	-8	*f*(8) = -8
11	-11	*f*(11) = -11

En esta función x representa a un número natural y f(x) al opuesto aditivo de cada número natural.

El lado de un cuadrado relacionado con su área. $f(x) = x^2$

x	*f* (x) = x^2	*f* (x) =
4,5	$4{,}5^2 = 20{,}25$	*f*(4,5) = 20,25
12	$12^2 = 144$	*f*(12) = 144
30	$30^2 = 900$	*f*(30) = 900

En esta función x representa la medida del lado del cuadrado y f(x) representa al área de cada uno.

Juvenal trabaja vendiendo zapatos. Su sueldo fijo es de $220 000 y por cada venta recibe una comisión de $3 000.

$f(x) = 220\ 000 + 3\ 000 \cdot x$

x	*f* (x) = 220 000 + 300x	*f* (x) =
1	220 000+3 000·1	*f*(1) = 223 000
3	220 000+3 000· 3	*f*(3) = 229 000
7	220 000+3 000· 7	*f*(7) = 241 000

En esta función x representa la cantidad de zapatos que podría vender Juvenal y f(x) al dinero que ganará dependiendo de la cantidad de zapatos que venda.

Un número entero relacionado con su sucesor. $f(x) = x + 1$

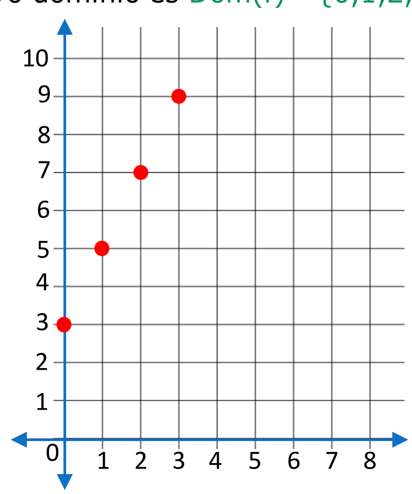
x	*f* (x) = x + 1	*f* (x) =
-5	$-5 + 1$	*f*(-5)= -4
0	$0 + 1$	*f*(0)= 1
8	$8 + 1$	*f*(8)= 9

En esta función x representa a un número entero y f(x) al sucesor.

Funciones en el plano cartesiano

Las funciones pueden ser representadas en el plano cartesiano, transformando los valores obtenidos en **x** y en **f(x)** en un par ordenado **(x, y)** que luego podremos graficar. Para la siguiente función $f(x) = 2x + 3$ cuyo dominio es Dom(f) ={0,1,2,3}

x	*f* (x) = 2 x + 3	*f* (x) = y	(x, y)
0	2 · 0 + 3 =3	*f*(0)=3	(0 , 3)
1	2 · 1 + 3 = 5	*f*(1)=5	(1 , 5)
2	2 · 2 + 3 = 7	*f*(2)=7	(2 , 7)
3	2 · 3 + 3 = 9	*f*(3)=9	(3 , 9)



Función lineal

Una función lineal es representada por $f(x) = m \cdot x$ con $m \neq 0$, que corresponde a una recta que pasa por el origen ***O*** **(0,0)**. El gráfico dependerá del dominio o del conjunto considerado para graficarla.

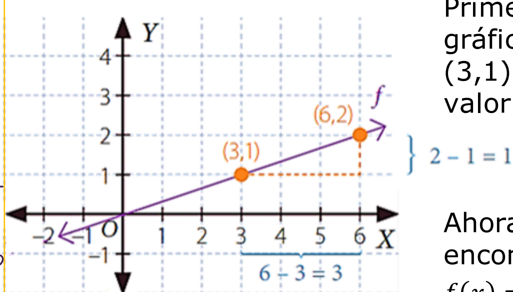
El valor *m* representa la pendiente de la recta. Sin m>0, la recta es creciente y si m<0, la recta será decreciente. Podemos encontrar la pendiente de una función conociendo dos puntos de la gráfica de la función ***f*** aplicando la siguiente fórmula:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \qquad x_2 \neq x_1$$

Para determinar si un par ordenado (x, y) pertenece a la gráfica de una función, se debe cumplir que *f(x)=y.* Por ejemplo, para verificar que (2,7) pertenece a la gráfica de *f(x)=5x-3*, se debe comprobar que *f(2)=7*. Es decir, 5·2-3=7.

Ejemplo

Determinaremos cuál es la función de esta gráfica y si el punto (12,4) pertenece a ella.



Primero, ubicamos dos puntos que pertenezcan a la gráfica de la función. En este caso, los puntos son (3,1) y (6,2) y con estos puntos determinaremos el valor de la pendiente ***m***

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-1}{6-3} = \frac{1}{3}$$

Ahora que conocemos la pendiente podemos encontrar la función con la fórmula para función lineal

$f(x) = m \cdot x$ $\qquad$ $f(x) = \frac{1}{3} \cdot x$

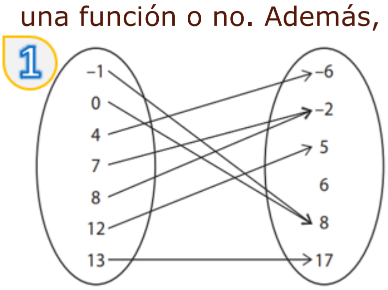
Ahora que conocemos la función, podemos verificar si el punto (12, 4) pertenece a la función, o sea, debemos comprobar que $f(12) = 4$

$f(12) = \frac{1}{3} \cdot 12 = 4$. Como sí se cumple, podemos decir que pertenece a la función.

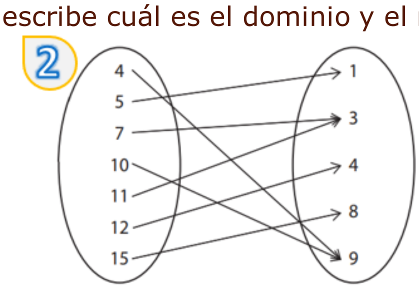
Actividades

Actividad 1: (6 puntos). Menciona si los siguientes diagramas sagitales representan una función o no. Además, escribe cuál es el dominio y el recorrido de las funciones.

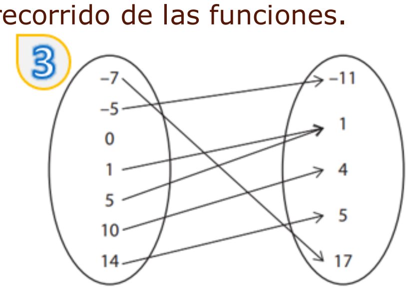
1



2



3



Ejemplo

Sí es función, pues a cada elemento del conjunto de partida le corresponde un único elemento del conjunto de llegada.

Dom(f) = {-1, 0, 4, 7, 8, 12, 13}

Rec(f) = { -6, -2, 5, 8, 17 }

Actividad 2: (12 puntos). Determina una función que represente las siguientes situaciones

1) En un laboratorio, cierta sustancia química tiene una temperatura inicial de 20°C y a partir de esta aumenta 3°C por minuto.

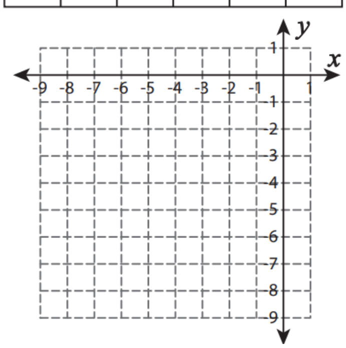
2) El nivel inicial de agua de un estanque era de 240 litros y su contenido disminuye 5 litros por minuto.

3) Un plan de telefonía celular cobra un cargo fijo de $4 000 y por cada minuto de llamada cobra $100 extra.

Actividad 3: (42 puntos). Completa la tabla y el gráfico de las siguientes funciones.

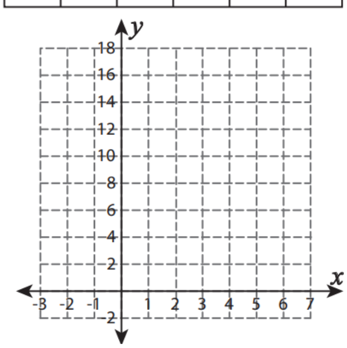
1 $f(x) = -x - 7$

x	−7	−5	−3	−2	0
$f(x)$					



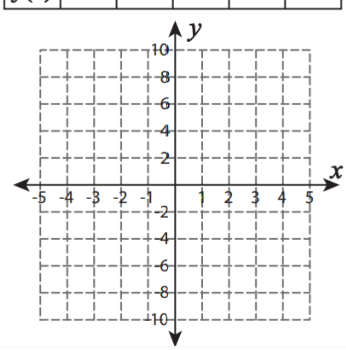
2 $f(x) = 5 + x$

x	−3	−1	3	5	7
$f(x)$					



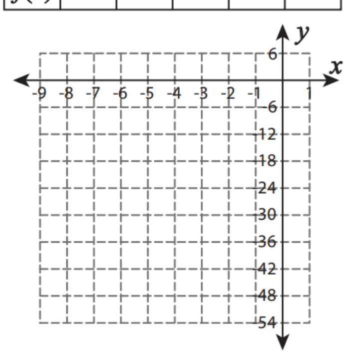
3 $f(x) = 4x - 6$

x	0	1	2	3	4
$f(x)$					



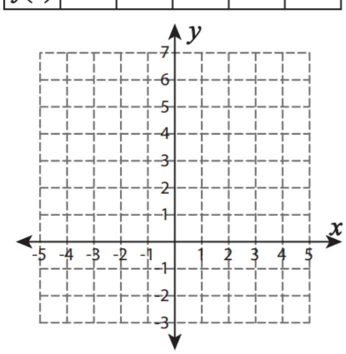
4 $f(x) = 6x$

x	−8	−6	−5	0	1
$f(x)$					



5 $f(x) = -2x + 3$

x	−2	−1	0	1	3
$f(x)$					



6 $f(x) = -2 + 2x$

x	−4	0	3	4	6
$f(x)$