Figura 1: Differenzieren mit Einstein, Kopiervorlage 1, Ed. Schroedel

Principios didácticos para la clase de Matemáticas

Texto tomado del seminario dictado por el Prof. Dr. Bernd Hafenbrack académico de la universidad de Weingarten: “Didaktische Prinzipien des Mathematikunterrichts”.

Para el Prof. Dr. Hafenbrack, los principios didácticos, como todos los principios, no son rígidas instrucciones para la acción o tipo recetas a realizar, sino que son sugerencias y ayudas para la estructuración en este caso de una clase de matemáticas. En las últimas décadas, la didáctica de las matemáticas ha presentado una variedad de principios. Bajo el mismo nombre, se entienden dos cosas diferentes, dos principios diferentes que tienen el mismo nombre. Para una primera aproximación a este tema Hafenbrack utiliza unos pocos principios que considera particularmente importantes.

Principio EIS (según siglas del alemán: **e**naktiv, **i**konisch, **s**ymbolisch).

El conocimiento en matemáticas se puede representar de diferentes formas. La relación de unidades de significado conduce a través de representaciones mentales coherentes a apropiadas conclusiones que llevan al aprendizaje. En el Principio EIS, uno de los más convenientes a considerar según Hafenbrack, se hace una distinción entre representaciones inactivas, icónicas y simbólicas.

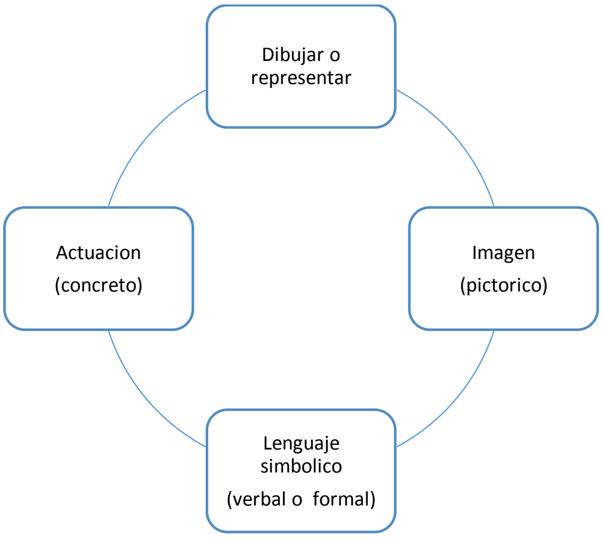


Fig. 2: Adaptación modelo Principio EIS. Hafenbrak, B 2004

A partir de este enfoque se plantea el Principio EIS como una recomendación para las clases de matemáticas, ya que una situación matemática debería ser captada/presentada utilizando los tres niveles de representación (activo, icónico, simbólico) si es posible. Debe hacerse especial hincapié en la interacción entre los tres modos de representación. Esto último, casi evidente, a veces también se denomina por separado como el principio de la transferencia intermodal. El modelo presentado esta también desarrollado a través de las Bases Curriculares de matemáticas planteadas por el Mineduc a través de COPISI (2012). La única diferencia radica en que para el Prof. Hafebrack, tiene que haber un momento en que el alumno dibuja, representa la situación concreta y no solo que la vea representada a través de pictogramas.

Un buen ejemplo de uso de este modelo, se puede ver según el Prof.Hafenbrack, en una adición común, entendida como agregar, unir, juntar dos cantidades:
“3 niñas y 4 niños van al cine juntos. ¿Cuántas entradas deben comprar?” este proceso puede ser dibujado por los niños y niñas, y luego anotado de manera simbólica: 3+4=7. Así tienen la posibilidad de ver de forma concreta la relación uno a uno de los elementos, además está implícito el uso del lenguaje para buscar la estrategia de conteo y la solución. En este ejemplo se puede ver que el principio EIS ha sido ampliamente aceptado en las escuelas primarias y se va implementando con la convicción que los alumnos requieren de distintos niveles de concreción y abstracción. En épocas anteriores, sin embargo, era bastante común trabajar sólo en un nivel simbólico, es decir, el alumno debía aprender bien a contar o realizar mentalmente la relación uno a uno y con eso era suficiente. Por supuesto, el objetivo hoy en día sigue siendo el dominio simbólico de la suma, pero se espera que a través del uso de los otros niveles de representación, esto conduzca a una comprensión mucho más profunda y se prolongue en el tiempo la asimilación de los contenidos trabajados ya que se ha logrado una representación mental. Según el Prof. Hafenbrack, la división en tres categorías es bastante general por lo que se pueden hacer aún divisiones más finas. Por ejemplo en el nivel activo, se puede distinguir si el niño/a realiza por sí mismo/a la acción, o solo observa lo que otros realizan y replica, o tal vez logra explicar el problema y presentar su solución a través de la acción. A nivel simbólico, también se puede lograr una mayor subdivisión. Tanto la formulación lingüística como la representación formal en símbolos matemáticos se consideran como representaciones simbólicas. En este nivel, el lenguaje nos resulta mucho más familiar y desempeña un papel especial en la transferencia intermodal (interacción entre los tres niveles). También se podría hablar de cuatro tipos de representación, o asignar un papel especial a la lengua. En este sentido, las posibles transiciones se representan con flechas de doble sentido entre los distintos niveles.

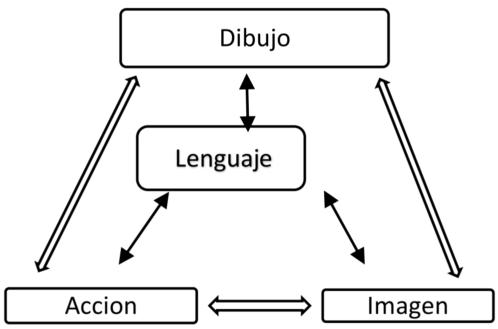


Fig. 3: Esquema intermodal. Hafenbrak, B 2004

Según Hafenbrack, Jerome Bruner concede especial importancia al hecho de que estas flechas funcionan en ambos sentidos. Es así como el modelo no debe ser entendido como un sistema de pasos que ve la representación simbólica como el nivel más alto, mientras que los otros niveles son sólo preformas de la representación simbólica a la que se aspira en última instancia. Sólo la conexión de todos los niveles de representación permite una comprensión profunda de un hecho. Hafenbrack recalca que para otros autores, con el aumento de edad el nivel de actividad (acción) del estudiante pierde importancia, ya que los estudiantes pueden imaginar acciones cada vez mejor. En este sentido Hafenbrack no concuerda, considerando que el modo de representación icónica conserva su importancia para todos los grupos de edad. Es así como relata que durante un curso Montessori pudo experimentar que el nivel de actividad (acción) también puede ser importante para los adultos. En esa oportunidad, se presentó una tarea, donde la docente entregó una tabla para la representación de raíces cuadradas. En forma de cuadrícula entregó un tablero de madera con perforaciones. En este debían determinar la raíz de 25 colocando 25 perlas, creando un cuadrado completo. La sorpresa fue, según Hafenbrack, ver el entusiasmo que esto podía generar en los adultos. Varias personas afirmaron de forma convincente que esta era la primera vez que “entendían" cuál era la raíz de un número.

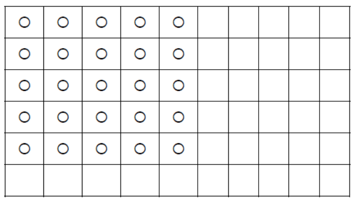


Fig. 4: Tablero perforado Montessori

Para Hafenbrack, incluso antes de J. Bruner, María Montessori había señalado la importancia de un enfoque activo de los hechos matemáticos.

Con respecto al concepto “Iconizar” que hace referencia a las imágenes o al nivel pictórico, este ha sido durante mucho tiempo la forma más popular de ilustrar procesos y conceptos abstractos. Un buen ejemplo para el Prof. Hafenbrack es Descartes, ya que es considerado como el inventor del método de ilustrar funciones por sus gráficos, mientras que Gauss, según Hafenbrack, inventó la representación de números complejos como puntos en un plano. Un buen desafío para nosotros como educadores es plantearse iconizar, verbalizar y actuar (acción) conceptos y operaciones como:

a) Cuadrado

b) la superficie de un rectángulo

c) simplificación de una fracción

e) una función

Principios operativos

Así podrían denominarse todos los principios que derivan del concepto piagetano de las operaciones (etapa pre operacional, operaciones concretas y operaciones formales), incluyendo el Principio EIS. Para el Prof. Hafenbrack en un sentido más concreto, esto significa que la capacidad de composición, asociatividad y reversibilidad como reglas lógicas que permiten llevar a cabo transformaciones mentales, deben desempeñar también un papel importante en la introducción y práctica de las matemáticas. Para ejemplificar esto, se utiliza la conocida tabla de multiplicar.

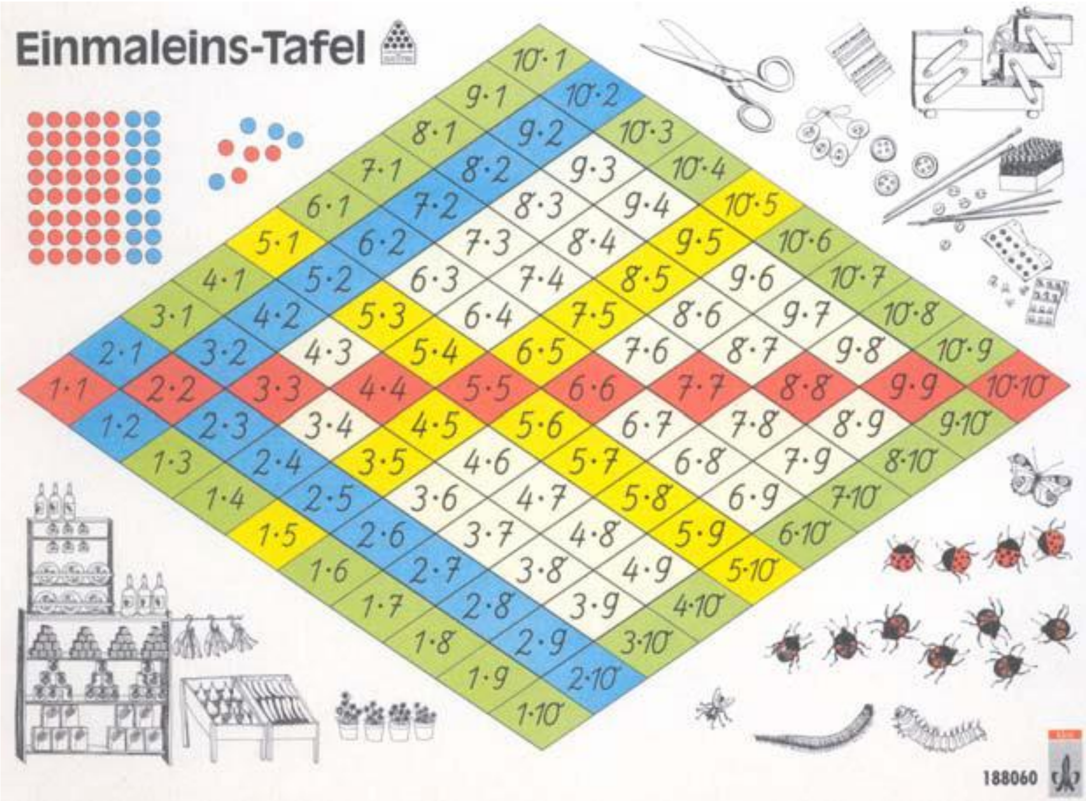


Fig. 5: tablero de multiplicación Programa Mathe 2000+. Ed. Ernst Klett Verlag GmbH

En la esquina superior izquierda del Tablero, se ve un campo de puntos, fichas bicolor con el que se pueden visualizar las tareas de multiplicación. Esto permite invitar a los alumnos y alumnas a realizar actividades concretas con material manipulativo, antes de comenzar la memorización de las tablas. La propia pizarra ofrece una visión general de las tareas que pueden realizarse. Los cálculos básicos se resaltan en color. Es importante que cada operación en blanco tenga una operación "vecina" de color. Es así como se pueden realizar combinaciones de operaciones utilizando tareas de distinto color y ampliando el uso p/ej.: 6x7= 5x7+7 8x7=7x7+7, etc.

Así es que sería suficiente al utilizar esta tabla, conocer y aprender primero la tabla del 2, la del 5 y la de números cuadrados de memoria, todo lo demás puede ser deducido por medio de adiciones.

Otra posibilidad es ver claramente la capacidad de componer y la asociatividad. La reversibilidad se hace evidente con otras tareas. Se puede desafiar usando la tabla para que los alumnos y alumnas busquen cuales multiplicaciones de la tabla tienen el siguiente resultado:

a) 21

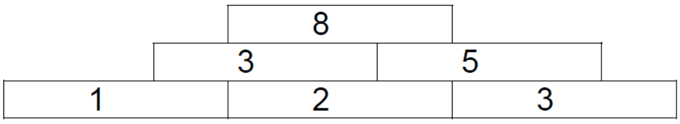
b) 24

c) 25

d) 23

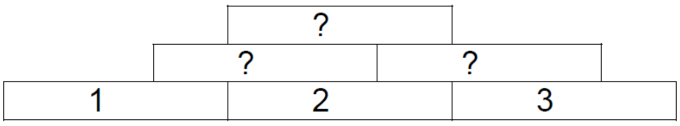
La tabla de multiplicación es un buen ejemplo del carácter más holístico de la práctica operativa. Un contraejemplo sería el aprendizaje y la práctica aislada de cada serie individual: la tabla del dos, la del cinco, la del cuatro, etc., Por supuesto que las transiciones entre una y otra tabla son fluidas y que la práctica “aislada" de las filas también se ocupa de las relaciones entre estas, pero eso depende mucho del profesor/a.

Un ejemplo muy citado de la práctica operativa es el muro numérico, que se produce principalmente en los ejercicios de la escuela primaria. Allí se utiliza principalmente para practicar la adición. El número de un bloque debe ser la suma de los dos bloques inferiores.

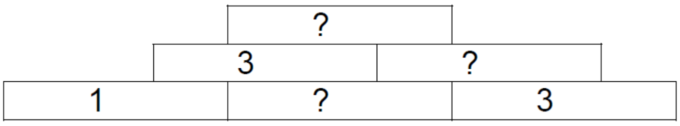


Al dejar los bloques de construcción abiertos, ahora surgen diferentes tareas:

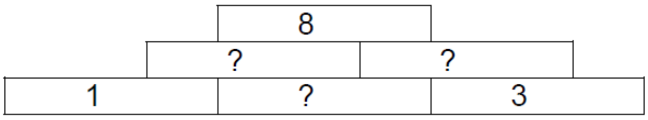
Una sencilla



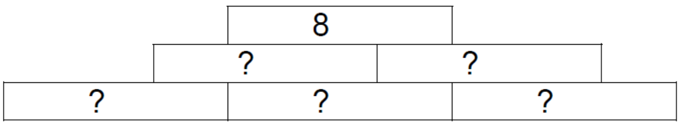
Otra menos sencilla



Algo más compleja



Y alguna tarea que puede ser fácil o compleja dependiendo del nivel/curso

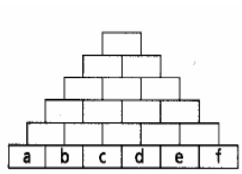


En la última tarea que presenta el Prof. Hafenbrack, dice que se hace más evidente que quien resuelva adecuadamente el ejercicio, habrá alcanzado un buen nivel en su capacidad de componer, de asociatividad y de la reversibilidad. Estas propiedades de la adición también se ponen de manifiesto con las siguientes preguntas: ¿Qué sucede si aumento el número en la parte inferior izquierda en 1? ¿Qué sucede si aumento el número en la parte inferior por 1 en el medio? Y así sucesivamente se puede ampliar la misma actividad según las características de los alumnos/as. Este tipo de preguntas estimulan el llamado pensamiento funcional.

Una última actividad que presenta el Prof. Hafenbrack se relaciona con tareas que regularmente encontramos en los textos de estudio de los alumnos y alumnas. En este caso la tarea es trabajar en función de un muro de números.

Fig. 6 tomada de: “Das Zahlenbuch, Klass 6"; Klett y Balmer Verlag.

La tarea a través de este bloque o muro puede tener dos formas distintas de desafío, frente a la pregunta: ¿cómo cambia el último bloque? Sigue la siguiente regla y avanza. ¿Que logras descubrir?



a.

a	b	c	d	e	f
1	2	3	4	5	6
2	3	4	5	6	7
3	4	5	6	7	8

b.

a	b	c	d	e	f
1	2	3	4	5	6
2	4	6	8	10	12
4	8	12	16	20	24

Este artículo está basado en la exposición realizada por el Prof. Dr.Bernd Hafenbrack en uno de sus seminarios en el área de las matemáticas que impartía en la Universidad de Weingarten, Alemania. Como última reflexión comenta que a través de esta forma de practicar las matemáticas, los niños y niñas se encuentran con estos conocimientos en todas sus diferentes facetas, todos los días y ellos disfrutan lidiando con estas preguntas que nacen del ejercicio matemático. Si utilizamos esta curiosidad, este afán de aprender, apoyamos a los niños en sus descubrimientos matemáticos. De esta manera les damos las mejores condiciones posibles para aprender en la escuela.

Literatura:

Hafenbrak, B. (WS2004/2005) Didaktische Prinzipien des Mathematikunterrichts. Weingarten Universität.http://www.didmath.ewf.unierlangen.de/Vorlesungen/Zahlbereiche/ws08_09/Did06_04.pdf, Stand: 03.02.2010.