

CLASE N° 2

El **Conjunto de los Números Racionales Q**, se define como:

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} / a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

Es decir, **Q** está formado por todos los números que se pueden escribir de la forma $\frac{a}{b}$, donde **a** y **b** son números enteros y **b** siempre es **distinto de cero**.

Observación: Cuando **b=1**, los elementos que se forman en **Q** son los **Números Enteros (Z)**.

Por lo tanto:

$$\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

Observación: Por lo anterior se concluye que:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

Actividad N° 1: Completa las siguientes igualdades:

a) $\mathbb{N} \cup \mathbb{Q} =$

b) $\mathbb{N}_0 \cup \mathbb{Q} =$

c) $\mathbb{Z} \cup \mathbb{Q} =$

d) $\mathbb{N} \cap \mathbb{Q} =$

e) $\mathbb{N}_0 \cap \mathbb{Q} =$

f) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{Q} =$

Observación: Los elementos que pertenecen al conjunto de los números racionales **Q**, son:

- a) El **cero**
- b) Los **números enteros positivos y negativos**.
- c) Las **fracciones**
- d) Los **decimales**.

A) **LAS FRACCIONES:**

En la fracción $\frac{a}{b}$

a se llama **NUMERADOR** y **b** **DENOMINADOR**

1°) **Amplificación de Fracciones:**

Para Amplificar una fracción $\frac{a}{b}$ por un número natural **n**, se **MULTIPLICA** el numerador y el denominador por **n**.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$$

2°) **Simplificación de Fracciones:**

Para Simplificar una fracción $\frac{a}{b}$ por un número natural **n**, se **DIVIDE** el numerador y el denominador por **n**.

$$\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n}$$

¿Para qué sirve la AMPLIFICACIÓN ?

*** Una de las utilidades de la amplificación es que nos permite **comparar fracciones**

Ejemplo 1: Comparar $\frac{3}{5}$ y $\frac{7}{8}$

* amplificamos $\frac{3}{5}$ por el denominador de $\frac{7}{8}$, es decir, por 8. $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 8}{5 \cdot 8} = \frac{24}{40}$

* amplificamos $\frac{7}{8}$ por el denominador de $\frac{3}{5}$, es decir, por 5. $\frac{7}{8} = \frac{7 \cdot 5}{8 \cdot 5} = \frac{35}{40}$

Luego, como los denominadores son iguales, comparamos solamente los numeradores. Como 35 es mayor que 24, concluimos que $\frac{7}{8}$ es mayor que $\frac{3}{5}$.

Lo que escribimos, simbólicamente: $\frac{7}{8} > \frac{3}{5}$

Ejemplo 2: Ordenar en forma decreciente las fracciones $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ y $\frac{7}{5}$.

* Obtenemos el MCM de los denominadores, que en este caso es 60.

* Amplificamos cada fracción por el cociente entre el MCM y el denominador correspondiente. ($60: 4= 15$; $60: 3 = 20$; $60: 5 = 12$).

$$\frac{3 \cdot 15}{4 \cdot 15} = \frac{45}{60}; \quad \frac{2 \cdot 20}{3 \cdot 20} = \frac{40}{60}; \quad \frac{7 \cdot 12}{5 \cdot 12} = \frac{84}{60};$$

Como los denominadores de las fracciones son iguales, comparamos los numeradores y concluimos que el orden decreciente de las fracciones es:

$$\frac{7}{5} > \frac{3}{4} > \frac{2}{3}$$

¿Para qué sirve la SIMPLIFICACIÓN ?

* Para encontrar el valor de la única fracción equivalente a la fracción dada y que es irreductible.-

Ejemplo: Simplificar $\frac{125}{1000}$

$$\frac{125}{1000} = \frac{125:5}{1000:5} = \frac{25:5}{200:5} = \frac{5:5}{40:5} = \frac{1}{8}$$

Simplificar $\frac{642}{126}$

$$\frac{642}{126} = \frac{642:2}{126:2} = \frac{321:3}{63:3} = \frac{107}{21}$$

* Para expresar un resultado en su forma más simple.

Ejemplo: Al resolver la ecuación: $45x - 35 = 30 - 25x$

$$45x - 35 = 30 - 25x \implies 45x + 25x = 35 + 30 \implies 70x = 65 \quad /:70 \implies x = \frac{65}{70}$$

simplificando por 5, nos queda $x = \frac{13}{14}$.

Actividad N° 2: Comparar las fracciones indicadas:

a) $\frac{3}{5}$ y $\frac{6}{11}$

b) $\frac{7}{4}$ y $\frac{9}{5}$

c) $-\frac{11}{3}$ y $-\frac{2}{5}$

Actividad N° 3: Ordenar las fracciones:

a) $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$ y $\frac{3}{7}$ en forma creciente.

b) $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$ y $\frac{4}{5}$ en forma decreciente.

Actividad N° 4: Simplificar las fracciones:

a) $\frac{24}{32} =$ b) $\frac{120}{180} =$ c) $\frac{44}{77} =$ d) $\frac{256}{324} =$ e) $\frac{315}{425} =$

OPERACIONES CON FRACCIONES

Recordaremos las operaciones con fracciones con algunos ejemplos:

a) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{9-6+2}{12} = \frac{5}{12}$ b) $(\frac{3}{4} : \frac{3}{2}) \times (\frac{5}{6} : \frac{1}{3}) = (\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}) \times (\frac{5}{6} \times \frac{3}{1}) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{4}$

c) $\frac{\frac{21}{64} - \frac{41}{24}}{\frac{61}{4} - \frac{21}{4}} = \frac{\frac{7}{3} - \frac{13}{3}}{\frac{25}{4} - \frac{9}{4}} = \frac{-\frac{6}{3}}{\frac{16}{4}} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$ d) $\frac{\frac{1}{5} + \frac{5}{6}}{\frac{1}{1} - \frac{7}{2}} = \frac{\frac{2+5}{6}}{\frac{2-35}{10}} = \frac{\frac{7}{6}}{\frac{-33}{10}} = \frac{7}{6} \times \frac{-10}{33} = \frac{-70}{198} = \frac{-35}{99}$

OBSERVACION: * Para sumar un número con una fracción:

$2 + \frac{3}{4} = \frac{2 \times 4 + 3}{4} = \frac{11}{4}$

* Para restar un número con una fracción:

$2 - \frac{3}{4} = \frac{2 \times 4 - 3}{4} = \frac{5}{4}$

Ejemplos:

Calcular el valor de A, en la fracción compuesta:

$$A = \frac{2}{1 + \frac{2}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2}}}} = \frac{2}{1 + \frac{2}{2 - \frac{1}{\frac{3}{2}}}} = \frac{2}{1 + \frac{2}{2 - \frac{2}{3}}} = \frac{2}{1 + \frac{2}{\frac{4}{3}}} = \frac{2}{1 + \frac{6}{4}} = \frac{2}{1 + \frac{3}{2}} = \frac{2}{\frac{5}{2}} = \frac{4}{5}$$

Actividad N° 5: Efectue las operaciones indicadas:

a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{5}{6} =$

b) $2\frac{3}{4} - 5\frac{1}{3} + 2\frac{1}{5} =$

c) $(5 + \frac{1}{2}) : (5 - \frac{1}{2}) =$

d) $\frac{\frac{2}{5} + \frac{3}{8}}{\frac{5}{8} - \frac{3}{5}} =$

e) $(\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}}{\frac{2}{3}}) : (\frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{4}}{\frac{1}{2}}) =$

f) $\frac{5}{2 + \frac{\frac{3}{3 - \frac{2}{5}}}{1}} =$

B) **LOS DECIMALES:**

Los Decimales los podemos clasificar en:

1º) Decimales finitos Ejemplo: 2,3; 5,78, - 0,125, etc.-

2º) Decimales infinitos → Periódicos Ejemplo: 0,3333... = $0,\overline{3}$

→ Semi-periódicos Ejemplo: 0,21666... = $0,21\overline{6}$

Actividad N° 7: Transforme las siguientes fracciones a decimal y clasifique:

a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{8}{5}$

c) $\frac{7}{12}$

d) $\frac{11}{6}$

TRANSFORMACION DE UN DECIMAL A FRACCIÓN

Caso 1: Transformar Decimal Finito a Fracción:

Fórmula: $0,a = \frac{a}{10}$ $0,ab = \frac{ab}{100}$ $0,abc = \frac{abc}{1000}$... etc.-

Ejemplo: a) $0,6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ b) $0,124 = \frac{124}{1000} = \frac{31}{250}$ c) $2,16 = \frac{216}{100} = \frac{54}{25}$

Caso 2: Transformar Decimal Infinito Periódico a Fracción:

Fórmula: $0,\overline{a} = \frac{a}{9}$ $0,\overline{ab} = \frac{ab}{99}$ $0,\overline{abc} = \frac{abc}{999}$... etc.-

Ejemplo: a) $0,\overline{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ b) $0,\overline{12} = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$ c) $0,\overline{153} = \frac{153}{999} = \frac{51}{333} = \frac{17}{111}$

Caso 3: Transformar Decimal Infinito Semi-Periódico a Fracción:

Fórmula: $0,a\overline{b} = \frac{ab - a}{90}$ $0,ab\overline{c} = \frac{abc - ab}{900}$ $0,abc\overline{d} = \frac{abcd - abc}{990}$... etc.-

Ejemplo: a) $0,1\overline{6} = \frac{16 - 1}{90} = \frac{15}{90} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$ b) $0,12\overline{2} = \frac{122 - 12}{900} = \frac{110}{900} = \frac{11}{90}$

c) $0,15\overline{3} = \frac{153 - 15}{990} = \frac{138}{990} = \frac{23}{165}$

Actividad N° 8: Transforme los siguientes decimales a fracción:

a) $0,5=$ b) $0,8=$ c) $0,15=$ d) $0,256=$

e) $0,\bar{3}=$ f) $0,\bar{18}=$ g) $0,\bar{24}=$ h) $0,\bar{108}=$

i) $0,1\bar{3}=$ j) $0,18\bar{1}=$ k) $0,129\bar{6}=$ l) $0,24\bar{2}=$

Actividad N° 9: Transforme cada uno de los decimales a fracción y efectue las operaciones indicadas:

a) $0,2 + 0,\bar{3} =$

b) $0,25 - 0,\bar{15} =$

c) $0,75 : 0,\bar{6} =$

d) $2,25 \times 0,\bar{24} =$

e) $0,5 + 0,\bar{6} - 0,2\bar{1} =$

Actividad N° 10: Efectue las operaciones indicadas:

a) $\frac{0,35 + \frac{1}{5} - 0,5}{0,1} + \frac{1}{2} =$

b) $(0,125 + \frac{1}{2}) : (0,125 - \frac{1}{2})$

c) $\frac{0,\bar{3} + 0,5 - 0,\bar{24}}{0,9 - 0,1\bar{6} + 0,2} =$

REVISE LAS ACTIVIDADES



RESPUESTAS ACTIVIDADES

Actividad N° 1:

- a) **Q** b) **Q** c) **Q**
d) **IN** e) **IN_o** f) **Z**

Actividad N° 2:

- a) $\frac{3}{5} > \frac{6}{11}$ b) $\frac{7}{4} < \frac{9}{5}$ c) $\frac{-11}{3} < \frac{-2}{5}$

Actividad N° 3:

- a) $\frac{3}{7} < \frac{2}{3} < \frac{5}{6}$ b) $\frac{3}{2} > \frac{4}{3} > \frac{4}{5}$

Actividad N° 4:

- a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{4}{7}$ d) $\frac{32}{3}$ e) $\frac{63}{85}$

Actividad 5 y 6:

Actividad N° 5:

$$a) \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{5}{6} = \frac{6+9-10}{12} = \frac{5}{12}$$

$$b) 2\frac{3}{4} - 5\frac{1}{3} + 2\frac{1}{5} = \frac{11}{4} - \frac{16}{3} + \frac{11}{5} = \frac{165 - 320 + 132}{60} = \frac{-23}{60}$$

$$c) (5 + \frac{1}{2}) : (5 - \frac{1}{2}) = \frac{11}{2} : \frac{9}{2} = \frac{11}{2} \times \frac{2}{9} = \frac{11}{9}$$

$$d) \frac{\frac{2}{5} + \frac{3}{8}}{\frac{5}{8} - \frac{3}{5}} = \frac{\frac{16+15}{40}}{\frac{25-24}{40}} = \frac{31}{40} = \frac{31}{40} \times \frac{40}{1} = 31$$

$$e) \left(\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}}{\frac{2}{3}} \right) : \left(\frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} \right) = \left(\frac{\frac{2-1}{4}}{\frac{2}{3}} \right) : \left(\frac{\frac{4-9}{36}}{\frac{1}{2}} \right) = \left(\frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}} \right) : \left(\frac{\frac{-5}{36}}{\frac{1}{2}} \right) = \left(\frac{1}{4} \times \frac{3}{2} \right) : \left(\frac{-5}{36} \times \frac{2}{1} \right) = \frac{3}{8} : \frac{-5}{18} = \frac{3}{8} \times \frac{-18}{5} = \frac{-27}{20}$$

$$f) \frac{5}{2 + \frac{3}{2 - \frac{1}{3 - \frac{1}{3}}}} = \frac{5}{2 + \frac{3}{2 - \frac{1}{\frac{7}{3}}}} = \frac{5}{2 + \frac{3}{2 - \frac{3}{7}}} = \frac{5}{2 + \frac{3}{\frac{11}{7}}} = \frac{5}{2 + \frac{21}{11}} = \frac{5}{\frac{43}{11}} = \frac{55}{43}$$

Actividad N° 7:

a) $0,\bar{6}$

b) $1,\bar{6}$

c) $0,58\bar{3}$

d) $1,8\bar{3}$

Actividad N° 8:

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{4}{5}$ c) $\frac{3}{20}$ d) $\frac{32}{125}$

e) $\frac{1}{3}$ f) $\frac{2}{11}$ g) $\frac{6}{25}$ h) $\frac{27}{250}$

i) $\frac{2}{15}$ j) $\frac{163}{900}$ k) $\frac{107}{825}$ l) $\frac{8}{33}$

Actividad N° 9: Transforme cada uno de los decimales a fracción y efectue las operaciones indicadas:

a) $\frac{2}{10} + \frac{3}{9} = \frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{3+5}{15} = \frac{8}{15}$

b) $\frac{25}{100} - \frac{15}{99} = \frac{1}{4} - \frac{5}{33} = \frac{33 - 20}{132} = \frac{13}{132}$

c) $\frac{75}{100} : \frac{6}{9} = \frac{3}{4} : \frac{2}{3} = \frac{9}{8}$

d) $\frac{225}{100} \times \frac{24}{99} = \frac{9}{4} \times \frac{8}{33} = \frac{6}{11}$

e) $\frac{1}{2} + \frac{6}{9} - \frac{21-2}{90} = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{19}{90} = \frac{45 + 60 - 19}{90} = \frac{86}{90} = \frac{43}{45}$

Actividad N° 10: Efectue las operaciones indicadas:

a) $\frac{0,35 + \frac{1}{5} - 0,5}{0,1} + \frac{1}{2} = \frac{\frac{35}{100} + \frac{1}{5} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{10}} + \frac{1}{2} = \frac{\frac{7}{20} + \frac{1}{5} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{10}} + \frac{1}{2} = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{1}{10}} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

b) $(0,125 + \frac{1}{2}) : (0,125 - \frac{1}{2}) = (\frac{125}{1000} + \frac{1}{2}) : (\frac{125}{1000} - \frac{1}{2}) = (\frac{1}{8} + \frac{1}{2}) : (\frac{1}{8} - \frac{1}{2}) = \frac{5}{8} : \frac{-3}{8} = \frac{-5}{3}$

c) $\frac{\frac{3}{9} + \frac{1}{2} - \frac{6}{25}}{\frac{9}{9} - \frac{16-1}{90} + \frac{2}{10}} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{6}{25}}{1 - \frac{1}{6} + \frac{1}{5}} = \frac{\frac{50 + 75 - 6}{150}}{\frac{30 - 5 + 6}{30}} = \frac{\frac{119}{150}}{\frac{31}{30}} = \frac{119}{150} \times \frac{30}{31} = \frac{119}{155}$