

CLASE N° 7
ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

La Ecuación de segundo grado más simple es de la forma $x^2 = a$.

Cuyas soluciones son: $x_1 = +\sqrt{a}$ y $x_2 = -\sqrt{a}$

Ejemplos: Resolver las ecuaciones:

a) $x^2 = 9 \implies x = \pm\sqrt{9} \implies x_1 = 3$ y $x_2 = -3$

b) $x^2 = a \implies x = \pm\sqrt{a} \implies x_1 = +\sqrt{a}$ y $x_2 = -\sqrt{a}$

c) $x^2 = 7 \implies x = \pm\sqrt{7} \implies x_1 = +\sqrt{7}$ y $x_2 = -\sqrt{7}$

d) $x^2 = -16 \implies x = \pm\sqrt{-16} \implies x_1 = 4.i$ y $x_2 = -4.i$

Actividad 1: Resuelva las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $x^2 = 4$

b) $x^2 = 64$

c) $x^2 = -16$

d) $x^2 = 11$

e) $x^2 = \frac{4}{9}$

f) $x^2 = \frac{36}{25}$

Actividad 2: Observa el siguiente ejemplo:

$$\boxed{x^2 = 20} \implies x = \pm\sqrt{20} \implies x = \pm\sqrt{4 \times 5} = \pm 2.\sqrt{5}$$
$$\implies x_1 = 2.\sqrt{5} \text{ y } x_2 = -2.\sqrt{5}$$

Resuelva las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $x^2 = 40$

b) $x^2 = 50$

c) $x^2 = 52$

d) $x^2 = -75$

e) $x^2 = 80$

Actividad 3: Observa el siguiente ejemplo:

Resolver por Factorización:

$$\boxed{x^2 - 7x - 18 = 0} \implies (x - 9)(x + 2) = 0$$

$$\implies x_1 = 9 \vee x_2 = -2$$

Resuelva las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $x^2 - 6x + 8 = 0$

b) $x^2 + 5x - 14 = 0$

c) $x^2 - x - 12 = 0$

d) $x^2 + 3x + 2 = 0$

e) $x^2 - 4x - 60 = 0$

f) $x^2 - 4x - 60 = 0$

Actividad 4: Observa el siguiente ejemplo:

Resolver por Completación de Cuadrado

$$x^2 - 6x - 10 = 0 \implies x^2 - 6x = 10 \implies x^2 - 6x + 9 = 10 + 9$$

$$\implies (x - 3)^2 = 19 / \sqrt{\quad}$$

$$\implies x - 3 = \pm \sqrt{19}$$

$$\implies x = 3 \pm \sqrt{19}$$

$$\implies x_1 = 3 + \sqrt{19} \vee x_2 = 3 - \sqrt{19}$$

Resuelva las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $x^2 - 4x - 6 = 0$

b) $x^2 + 5x + 2 = 0$

c) $x^2 - 8x + 4 = 0$

d) $x^2 - 6x + 2 = 0$

e) $x^2 - 5x + 1 = 0$

f) $x^2 - 6x + 10 = 0$

g) $x^2 + 2x + 1 = 0$

h) $x^2 - 4x - 6 = 0$

Fórmula para resolver la ecuación de segundo grado Completa General:

Ecuación: $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ con $a, b, c \in \mathbb{R}$ y $a \neq 0$

Fórmula: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$

Ejemplo: Resolver las ecuaciones:

a) $2x^2 + 5x - 7 = 0 \implies a=2, b=5, c=-7$

$x_1 = \frac{4}{4} = 1$

$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 2 \cdot (-7)}}{2 \cdot 2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 56}}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{81}}{4} = \frac{-5 \pm 9}{4}$ $x_2 = \frac{-14}{4} = \frac{-7}{2}$

b) $3x^2 - 2x - 4 = 0 \implies a=3, b=-2, c=-4$

$x = \frac{+2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 3 \cdot (-4)}}{2 \cdot 3} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 48}}{2 \cdot 3} = \frac{2 \pm \sqrt{52}}{6} = \frac{2 \pm \sqrt{4 \cdot 13}}{6} = \frac{2 \pm 2\sqrt{13}}{6}$

$= \frac{1 \pm \sqrt{13}}{3} \implies x_1 = \frac{1 + \sqrt{13}}{3}$ y $x_2 = \frac{1 - \sqrt{13}}{3}$

c) $2x^2 - 2x + 6 = 0 \implies a=2, b=-2, c=6$

$x = \frac{+2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 2 \cdot 6}}{2 \cdot 2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 48}}{4} = \frac{2 \pm \sqrt{-44}}{4} = \frac{2 \pm \sqrt{-4 \cdot 11}}{4} = \frac{2 \pm 2 \cdot i \sqrt{11}}{4} =$

$\frac{2 \cdot (1 \pm i \sqrt{11})}{4} \implies x_1 = \frac{1 + i \cdot \sqrt{11}}{2}$ y $x_2 = \frac{1 - i \cdot \sqrt{11}}{2}$

Actividad 5: Resolver las siguientes ecuaciones usando la fórmula:

a) $5x^2 - 8x + 3 = 0$

b) $2x^2 - 5x - 3 = 0$

c) $3x^2 + 5x + 2 = 0$

d) $2x^2 + 6x + 1 = 0$

e) $3x^2 + 2x + 4 = 0$

f) $3x^2 + 6x + 2 = 0$

RESPUESTA ACTIVIDADES

Actividad N° 1:

a) ± 2 b) ± 8 c) $\pm 4.i$ d) $\pm \sqrt{11}$ e) $\pm \frac{2}{3}$ f) $\pm \frac{6}{5}$

Actividad N° 2:

a) $\pm 2.\sqrt{10}$ b) $\pm 5.\sqrt{2}$ c) $\pm 2.\sqrt{13}$ d) $\pm 5.i.\sqrt{2}$ e) $\pm 4.\sqrt{5}$

Actividad N° 3:

a) 2 y 4 b) -7 y 2 c) -3 y 4
d) -2 y -1 e) -6 y 10 f) $\pm \frac{6}{5}$

Actividad N° 4:

a) $2 \pm \sqrt{10}$ b) $\frac{-5}{2} \pm \frac{\sqrt{17}}{2}$ c) $4 \pm 2.\sqrt{3}$
d) $3 \pm \sqrt{7}$ e) $\frac{-5}{2} \pm \frac{\sqrt{21}}{2}$ f) $3 \pm i$ g) $2 \pm \sqrt{10}$

Actividad N° 5:

a) 1 y $\frac{3}{5}$ b) $-\frac{1}{2}$ y 3 c) -1 y $-\frac{2}{3}$
d) $\frac{-3 \pm \sqrt{7}}{2}$ e) $\frac{-1 \pm i.\sqrt{11}}{3}$ f) $\frac{-3 \pm \sqrt{3}}{3}$

